

Stratégie de gestion de portefeuille obligataire (Notes pédagogiques)

Notes produites par **Kodjovi ASSOÉ**.

INTRODUCTION

Les obligations occupent une place prépondérante dans le portefeuille de plusieurs investisseurs tant individuels que institutionnels. Pour plusieurs fonds de pension, des compagnies d'assurance, des sociétés de fiducies, la proportion des obligations dans leur portefeuille peut dépasser les 60%. Communément considérés comme très peu risqués, les obligations sont en réalité des titres financiers dont la volatilité des prix peut dépasser celui des actions. Aussi, une attention particulière doit être portée à la gestion de portefeuille obligataire. Ce document présente les grandes stratégies de gestion de portefeuille obligataire. Avant d'aborder ces stratégies, il est important de bien cerner les sources de risque des obligations. La première partie de ce document pédagogique présente brièvement les sources et les mesures de risque des titres obligataires. Il introduit aux concepts de durée (*duration*) et de convexité tant des obligations individuelles que des portefeuilles obligataires.

Dans le cadre de la gestion de portefeuille obligataire, les gestionnaires peuvent adopter autant des stratégies de gestion active que des stratégies de gestion passive.

Les stratégies de gestion active peuvent être subdivisées en quatre catégories : les stratégies basées sur les anticipations des taux d'intérêt, celles basées sur les mouvements de la courbe de taux, celles basées sur les écarts de taux et, celles basées sur les caractéristiques propres de chaque obligation. Il existe deux grandes classes de stratégies de gestion passive de portefeuilles obligataires. Il s'agit des stratégies de gestion indiciaire de portefeuille et des stratégies d'immunisation de portefeuille. Certaines stratégies de gestion de portefeuille obligataire combine les caractéristiques autant des stratégies actives que des stratégies passives. Dans ce document, nous présentons les fondements et examinons les mécanismes d'application de ces stratégies de gestion de portefeuille obligataire.¹

1. RISQUE ET MESURE DE RISQUE DES OBLIGATIONS

L'indice de volatilité des rendements des obligations corporatives de long terme (obligations 20 ans, cotées AAA) est beaucoup plus élevé que celui du marché des actions (S&P 500) dans les années 80 aux États-Unis.² Les placements obligataires constituent des investissements tout aussi risqués que les placements boursiers dans des actions, le risque étant encore plus élevé en périodes de grande volatilité des taux d'intérêt. Les risques des placements obligataires peuvent être spécifiques aux titres obligataires sélectionnés, ou systématiques i.e. relatifs à l'ensemble du marché obligataire. Ce document présente ces deux types de risque des placements obligataires et introduit aux concepts de durée et de convexité, concepts indispensables à l'analyse de la sensibilité des obligations aux variations des taux d'intérêt.

¹ Ce document n'aborde pas des stratégies basées sur l'utilisation de produits dérivés sur des titres obligataires.

² The Wall Street Journal, 15 mai 1987.

1.1 Risques spécifiques des placements obligataires

1.1.1 Le risque de défaut

Encore appelé risque de crédit ou risque de l'émetteur, ce type de risque est représenté dans les cotes de crédit publiées par les agences de crédit (*Moody's, Standard & Poor's, Canadian Bond Rating Service, Dominion Bond Rating Service...*) qui apprécient la qualité des émetteurs. Ces agences utilisent plusieurs critères d'appréciation dont les ratios de levier financier, les ratios de liquidité, les ratios de couverture des intérêts (BAII / Intérêts), les ratios des flux monétaires sur la dette, les ratios de rentabilité etc... pour mesurer la capacité de l'émetteur des obligations à honorer ses engagements (paiement périodique des coupons et remboursement du principal à l'échéance). Le tableau ci-après présente les principales cotes généralement attribuées par les quatre principales agences de notation.

Cotation des risques de crédit

Agences	Très grande qualité de crédit	Grande qualité de crédit	Obligation spéculative	Très faible qualité de crédit
Moody's	Aaa à Aa	A à Baa	Ba à B	Caa à C
S&P	AAA à AA	A à BBB	BB à B	CCC à D
CBRS	A++ à A+	A à B++	B+ à B	CCC à D
DBRS	AAA à AA	A à BBB	BB à B	CCC à D

1.1.2. Autres risques spécifiques

Certaines obligations comportent des clauses de rachat qui permettent à l'émetteur de retirer ses titres avant l'échéance. L'émetteur exercera ce droit lorsque les taux baissent suffisamment afin de se refinancer à des taux plus faibles. Pour

l'investisseur qui a acheté des obligations avec une clause de rachat, les flux monétaires futurs ne sont pas connus avec certitude. De plus, il y a également le risque de réinvestissement à un taux plus bas lorsque la dette est rachetée. La combinaison de l'incertitude entourant les flux monétaires et le risque de réinvestissement constitue le risque de rachat, un risque spécifique aux obligations comportant des clauses de rachat.

Le risque de liquidité constitue également un risque spécifique lié aux placements obligataires. C'est le risque de ne pouvoir trouver preneur au titre lorsqu'on désire les revendre ou de ne pouvoir revendre ces titres sans affecter substantiellement leur prix de marché. Il s'agit d'un risque très important pour des obligations de compagnies peu connues ou pour des obligations émises en quantité limitée, ce qui en réduit le marché. La sélection et la combinaison de plusieurs obligations permettent d'éliminer les risques spécifiques aux placements obligataires. Ces risques sont donc diversifiables.

1.2. Risque systématique des placements obligataires

Le risque systématique ou risque de marché des placements obligataires est le risque relié à une variation des taux d'intérêt sur le marché et de l'impact de cette variation sur le prix des obligations. L'équation fondamentale de l'évaluation des obligations établit une relation inverse entre les taux d'intérêt (taux de rendement à l'échéance) et le prix des obligations. Toute chose étant égale par ailleurs, une augmentation des taux d'intérêt entraîne une baisse du prix des obligations et inversement. Toutefois, même si toutes les obligations réagissent à une variation donnée des taux d'intérêt (augmentation de prix lors d'une baisse et baisse des prix lors d'une hausse des taux d'intérêt), la sensibilité d'une obligation aux variations des taux d'intérêt dépend des trois facteurs ci-après :

- Le taux de coupon
Pour une échéance donnée et un taux de rendement à l'échéance initial donné, plus le coupon est petit, plus grande sera la volatilité de l'obligation et vice versa.
- L'échéance
Pour un taux de coupon et un taux de rendement à l'échéance initial donnés, plus l'échéance est éloignée, plus grande sera la volatilité de l'obligation, et vice versa.
- Le taux de rendement à l'échéance
La volatilité du prix d'une obligation est aussi affectée par le niveau des taux d'intérêt dans l'économie. Même si des obligations ont le même taux de coupon et la même échéance, elles n'auront pas nécessairement le même taux de rendement requis (considérations de crédit). Plus le niveau des taux de rendement à l'échéance est élevé, moins volatil est le cours de l'obligation. Ceci implique que, pour un changement donné des taux de rendement à l'échéance, la volatilité du prix sera plus élevée quant les niveaux des taux d'intérêt sur le marché sont bas et vice versa.

On observe sur le marché des placements obligataires quatre phénomènes :

- Pour une variation donnée des taux d'intérêt, la variation du prix en pourcentage n'est pas la même pour toutes les obligations. La volatilité est différente d'une obligation à une autre. Il faut donc développer des mesures appropriées de la sensibilité d'une obligation aux variations des taux d'intérêt, mesures qui rendent compte des trois autres observations suivantes :
- Pour de petites variations des taux de rendement à l'échéance (y), la variation du prix en pourcentage est sensiblement la même, que y augmente ou diminue. La volatilité est symétrique lorsque les variations de taux d'intérêt sont très petites. La durée (duration), comme mesure de risque systématique, permet de rendre

compte de la variation du prix d'une obligation suite à de faibles variations du taux de rendement à l'échéance.

- Pour de grandes variations de y , la variation du prix en pourcentage lorsque y augmente n'est pas la même que lorsque y diminue. Autrement dit, la volatilité des cours est non symétrique lorsque les variations des taux sont grandes. La courbure de la relation entre le prix et le taux de rendement à l'échéance explique cette observation. Le concept de convexité capte cette courbure.
- La variation du prix d'une obligation à la suite des fluctuations des taux d'intérêt est plus importante lorsque le niveau général des taux est faible, comparativement à leur variation lorsque le niveau des taux est très élevé. En d'autres termes, la baisse des prix d'une obligation lorsque le taux de rendement à l'échéance passe de 20% à 22% (augmentation des taux de 2%) est beaucoup plus faible que la baisse du prix lorsque les taux passent de 5% à 7%. Ici encore, c'est la courbure de la relation prix-rendement à l'échéance qui entre en jeu. Le concept de convexité capte cette courbure.

1.3. Les mesures de risque systématique des obligations

Les mesures de volatilité les plus utilisées sont la valeur en \$ de 1 point de base, la durée et la convexité.

1.3.1. Valeur en \$ de 1 point de base (ou valeur d'un point de base)

La valeur en \$ de 1 point de base est égale à la variation du prix (en \$) d'une obligation correspondant à une variation de 1 point de base (1bp = 0,01%) du taux de rendement à l'échéance. Cette valeur est toujours exprimée en valeur absolue.

Cette mesure de risque donne la volatilité du prix en dollars, contrairement à d'autres mesures qui donnent la volatilité du prix en pourcentage du prix initial. Si on veut déterminer la variation du prix en %, on peut utiliser l'équation suivante :

$$\Delta P \text{ en \%} = \frac{\text{valeur d'un point de base}}{\text{Prix initial}}$$

1.3.2. La durée

i. Définition

La durée est la mesure la plus courante de la sensibilité d'une obligation. Elle est définie comme étant la durée de vie effective de l'obligation ou encore la durée moyenne pondérée pour récupérer entièrement le capital et les paiements d'intérêt, la pondération (ou poids) de chaque versement étant mesurée par l'importance du versement par rapport au prix actuel de l'obligation.

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} \times t + \frac{M}{(1+y)^n} \times n}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n t \times FM_t (1+y)^{-t}}{P} \quad (1)$$

avec :

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n} \quad (2)$$

où

D : durée de Macaulay.

P : prix en \$ de l'obligation.

n : échéance de l'obligation en nombre de périodes (si coupon semestriel : nombre d'années *2).

C : valeur du coupon en \$ (si coupon semestriel M * taux de coupon / 2).

y : taux de rendement périodique (Taux de rendement exigé / 2).

M : Valeur nominale.

t : période du paiement.

FM_t : flux monétaire (coupons et/remboursement du capital) au temps t, avec FM_t = C_t pour t < n et FM_n = C_n + M.

La durée est donc la moyenne pondérée des périodes de versement de chaque flux monétaire. Chaque période (t=1, 2, 3,...n) est pondérée par l'importance relative (W_t) du flux monétaire correspondant actualisé par rapport au prix de l'obligation.

$$W_t = \frac{\sum_{t=1}^n FM_t (1+y)^{-t}}{P} \quad (3)$$

avec: FM_t = C pour t < n et FM_t = C + M pour t = n.

Si les paiements sont semestriels (hypothèse de base), la durée sera exprimée en semestres et on doit prendre des taux semestriels. Pour obtenir la durée en année, il suffit de diviser la durée en période par le nombre de périodes dans l'année.

ii. Dérivation de la durée d'une obligation

On sait que (équation 2):

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

Par conséquent:

$$\frac{dP}{d(1+y)} = \sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}} \quad (3)$$

En multipliant les deux membres de l'égalité par $\frac{d(1+y)}{P}$, on obtient:

$$\frac{dP}{d(1+y)} \times \frac{d(1+y)}{P} = \left[\sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}} \right] \times \frac{d(1+y)}{P} \quad (4a)$$

$$\frac{dP}{P} = \left[\sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^{t+1}} + \frac{-n \times M}{(1+y)^{n+1}} \right] \times \frac{d(1+y)}{P} \quad (4b)$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{\left[\sum_{t=1}^n -t \times \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{-n \times M}{(1+y)^n} \right]}{P} \times \frac{d(1+y)}{(1+y)} \quad (4c)$$

$$\frac{dP}{P} = -D \times \frac{d(1+y)}{(1+y)} \quad (4d)$$

$$\frac{dP}{P} = -D \times \frac{dy}{(1+y)} \quad (4)$$

Remarques:

1. La durée modifiée

La durée D est la durée de MacCauley. À partir de cette durée, on peut calculer la durée modifiée D_m d'une obligation :

$$D_m = \frac{D}{(1+y)} \quad (5)$$

2. Approximation du changement de prix en pourcentage

On utilise la durée (durée modifiée) pour estimer la variation en % du prix des obligations occasionnée par une variation du taux de rendement à l'échéance. Plus précisément on a:

$$\frac{dP}{P} = -D_m \times d(1 + y) \quad (6)$$

3. Durée et structure à terme des taux d'intérêt

La durée utilise le même taux pour actualiser tous les flux monétaires. Elle suppose donc une structure plate des taux d'intérêt et des variations parallèles de cette structure.

4. Qualité de la durée comme mesure de sensibilité

Pour de petites variations de y , la durée modifiée donne une bonne estimation de la variation du prix des obligations. Cette estimation se dégrade au fur et à mesure que la variation de y augmente. En effet, pour de grandes fluctuations de y , la durée modifiée sous estimera le nouveau prix, du fait de la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. Enfin, la durée n'est pas une mesure appropriée de la volatilité des obligations comportant des clauses optionnelles (clauses de rachat, de convertibilité....)

5. Durée en dollar

C'est la variation approximative du prix de l'obligation (en \$) suite à une variation donnée du taux de rendement à l'échéance.

$$\text{Durée en dollar} = \text{durée modifiée} * \text{Prix initial}$$

6. Approximation de la durée modifiée

L'équation suivante fournit une approximation acceptable de calcul de la durée modifiée d'une obligation.

$$\text{Durée modifiée} = \frac{\text{Prix si les taux baissent} - \text{Prix si les taux augmentent}}{2(\text{Prix initial})(\text{Variation des taux en décimal})}$$

$$\text{Durée modifiée} = \frac{V_- - V_+}{2V_0(\Delta y)}$$

Exemple: Soit une obligation de 20 ans, avec un taux de coupon de 9% et se transigeant à 1346,722 (taux de rendement à l'échéance de 6%). Si les taux augmentent de 20 pb (pour se situer à 6,20%), le prix de l'obligation serait de 1318,439. Si les taux baissent de 20 pb, le prix de l'obligation augmenterait à 1375,888. Par conséquent, la durée modifiée de cette obligation est de :

$$\text{Durée modifiée} = \frac{V_- - V_+}{2V_0(\Delta y)} = \frac{1375,888 - 1318,439}{2 * 1346,722 * (0,002)} = 10,66$$

Notons qu'en calculant la durée modifiée à partir de la formule de la durée de Macauley, on aurait trouvé 10,68.

iii. ***Les principales règles régissant la durée d'une obligation***

1. Pour une obligation zéro coupon, la durée est égale à l'échéance
2. À échéance égale, la durée est plus longue si le coupon est moins élevé.
3. À coupon égal, la durée augmente avec l'échéance. La durée augmente toujours avec l'échéance pour les obligations se vendant au pair ou à prime.
4. La durée est plus longue lorsque le rendement à l'échéance est plus faible, toute chose étant égale par ailleurs.

5. La durée d'une obligation (avec coupon) est égale à

$$\frac{I + y}{y} - \frac{(I + y) + T(c - y)}{c[(I + y)^T - 1] + y} \quad (7)$$

c = taux de coupon par période de versement

y = rendement de l'obligation par période

T = nombre de paiement

La durée ainsi obtenue est exprimée en nombre de période. Elle est équivalente à celle obtenue avec l'équation (1).

6. La durée d'une obligation se vendant au pair (prix égal à la valeur nominale) est égale à:

$$\frac{I + y}{y} \left[1 - \frac{1}{(I + y)^T} \right] \quad (8)$$

1.3.3. La convexité

La durée donne une bonne mesure de la variation du prix occasionnée par une très petite variation de y . Pour des variations plus grandes, la durée modifiée fournit une estimation de ΔP beaucoup moins précise. La raison de cette perte de précision est expliquée par la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. La convexité est une mesure de la courbure de la relation entre le prix et le rendement exigé d'une obligation.

L'utilisation conjointe de la durée modifiée et de la convexité permettra d'obtenir une meilleure approximation du pourcentage de variation de prix d'une obligation provoquée par un changement de y .

i. Dérivation de la convexité d'une obligation

Le développement en série de *Taylor* de la variation du prix d'une obligation (ΔP) due à une variation finie du taux de rendement à l'échéance s'écrit :

$$\Delta P = \left[\frac{dP}{dy} \Delta y \right] + \frac{1}{2!} \left[\frac{d^2 P}{dy^2} (\Delta y)^2 \right] + \frac{1}{3!} \left[\frac{d^3 P}{dy^3} (\Delta y)^3 \right] + \dots \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n P}{dy^n} (\Delta y)^n \right] \quad (8)$$

Chaque expression entre les crochets représente un terme de la série de *Taylor* et plus il y a de termes dans la série, meilleure sera l'approximation pour une Δy donnée. Cependant, la précision supplémentaire qu'on peut aller chercher en utilisant les 3^{ème}, 4^{ème}, ... expressions est peu importante. Dès lors, en pratique seul les 2 premiers termes sont retenus i.e.:

$$\Delta P = \left[\frac{dP}{dy} \Delta y \right] + \left[\frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dy^2} (\Delta y)^2 \right] + \text{résidu} \quad (8a)$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \left[\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} \Delta y \right] + \left[\frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dy^2} \frac{1}{P} (\Delta y)^2 \right] + \text{résidu} \quad (8b)$$

$$\frac{\Delta P}{P} = [-D_m \Delta y] + \left[\frac{1}{2} C (\Delta y)^2 \right] \quad (9)$$

L'équation (9) présente la relation fondamentale qui permet d'utiliser conjointement la durée (ou la durée modifiée) et la convexité pour prévoir le taux de variation du prix d'une obligation suite à une variation du taux de rendement à l'échéance :

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta P}{P} \text{ due à la durée modifiée} + \frac{\Delta P}{P} \text{ due à } C \quad (9a)$$

où C désigne la convexité de l'obligation

$$C = \frac{d^2 P}{dy^2} \frac{1}{P}$$

L'expression de la convexité est donnée par :

$$\text{Convexité (périodes}^2) = \frac{\frac{1(2)C}{(1+y)^1} + \frac{2(3)C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{n(n+1)C}{(1+y)^n} + \frac{n(n+1)M}{(1+y)^n}}{(1+y)^2 P} \quad (10)$$

ou encore :

$$\text{Convexité (périodes}^2) = \frac{1}{(1+y)^2} \frac{\sum_{t=1}^n t(t+1)FM_t (1+y)^{-t}}{P} \quad (10')$$

ou encore

$$\text{Convexité (périodes}^2) = \frac{\sum_{t=1}^n t(t+1)FM_t (1+y)^{-t-2}}{P} \quad (10'')$$

Remarques

1. L'unité de mesure de la convexité est le carré du nombre de périodes. Dans certains livres en finance, la convexité est présentée sans référence à une unité de mesure (l'unité sous-entendue étant le carré du nombre de périodes), alors que d'autres évoquent la convexité en années (plutôt que de préciser qu'il s'agit du carré du nombre d'années).

2. Pour une obligation zéro coupon, la convexité est :

$$\text{Convexité (périodes}^2) = \frac{n(n+1)}{(1+y)^2} \quad (11)$$

3. La convexité en terme d'années est obtenu en divisant la convexité périodique par m^2 , où m est le nombre de périodes (fréquence de versement des coupons) par année, i.e. :

$$\text{Convexité (années}^2) = \frac{\text{convexité (périodes}^2)}{m^2} \quad (12)$$

4. Une approximation de la convexité en années d'une obligation est fournie par la formule suivante :

$$\text{Convexité (en années}^2) = \frac{V_+ + V_- - 2V_0}{V_0(\Delta y)^2}$$

5. Toutes choses étant égales par ailleurs, plus l'échéance est éloignée, plus la convexité est grande et vice versa.

6. Toutes choses étant égales par ailleurs, plus le coupon est élevé, plus la convexité est faible et vice versa.

7. Lorsque le taux de rendement à l'échéance augmente (baisse), la convexité de l'obligation baisse (augmente). Il s'agit de ce qu'on désigne par la propriété de la convexité positive. Cette propriété implique:

- Si les taux d'intérêt augmentent, le prix de l'obligation baissera en conséquence (impact de la durée). Cette baisse est atténuée par une baisse de la durée de l'obligation suite à une augmentation des y .
- Si les taux d'intérêt baissent, le prix de l'obligation augmentera en conséquence. Cette augmentation est accentuée par une hausse de la durée de l'obligation suite à une baisse des y .

Il y a donc une variation de la durée suite à un changement du taux de rendement à l'échéance. *La convexité mesure le taux de variation de la durée en dollar lorsque le taux de rendement à l'échéance fluctue.*

ii. Importance de la convexité dans la gestion de portefeuille obligataire

Soient A et B deux obligations ayant la même durée. Si l'obligation B est plus convexe que l'obligation A, les investisseurs préféreront l'obligation B à A puisque:

- lorsque les taux baissent, le prix de B augmente plus que celui de A.
- lorsque les taux augmentent, le prix de B baisse moins que celui de A.

Généralement le marché va tenir compte de la différence de convexité. Ainsi, les investisseurs paieront plus (accepteront un taux de rendement moins élevé) pour l'obligation la plus convexe et vice versa. La question qui se pose est *combien* les investisseurs devront payer pour la convexité ?

Si les investisseurs anticipent une très faible volatilité des taux d'intérêt, l'avantage de détenir l'obligation la plus convexe sera non significatif étant donné que les prix des deux obligations réagissent de la même façon à de petites variations des taux (durée équivalente). Dans ce cas, les investisseurs ne devraient pas payer beaucoup pour la convexité. Si par contre le marché attribue une grosse valeur à la convexité, l'obligation B offrirait un plus faible taux de rendement à l'échéance que l'obligation A. Les investisseurs qui anticipent une faible volatilité des taux d'intérêt auront

tendance à vendre la convexité (i.e. vendre l'obligation B) s'ils la détiennent, et acheter A. Par contre, si les investisseurs anticipent une volatilité substantielle des taux, l'obligation B serait plus en demande (prix élevé et faible rendement exigé) que l'obligation A sur le marché.

1.3.4. Mathématique des portefeuilles obligataires

i. La durée d'un portefeuille obligataire

La durée d'un portefeuille obligataire est égale à la somme pondérée des durées des obligations qui le composent. Pour un portefeuille P composé de N obligations, on a:

$$D_p = \sum_{i=1}^N w_i D_i$$

ii. La convexité d'un portefeuille obligataire

La convexité d'un portefeuille obligataire est égale à la somme pondérée des convexités des obligations qui le composent. Pour un portefeuille P composé de N obligations, on a:

$$C_p = \sum_{i=1}^N w_i C_i$$

iii. Le rendement à l'échéance d'un portefeuille obligataire

Pour déterminer son rendement à l'échéance d'un portefeuille obligataire, il faut projeter tous les flux monétaires de l'ensemble du portefeuille et procéder à l'actualisation de ces flux. Le rendement à l'échéance du portefeuille est le taux tel que la valeur actuelle des flux monétaires du portefeuille est égale à la valeur marchande de ce portefeuille.

Le rendement à l'échéance d'un portefeuille P n'est donc pas égal à la somme pondérée des rendements à l'échéance des obligations qui le composent.

L'équation suivante fournit une approximation acceptable du taux de rendement à l'échéance d'un portefeuille obligataire:

$$y_p = \frac{\sum_{i=1}^N w_i y_i D_{\$,i}}{\sum_{i=1}^N w_i D_{\$,i}}$$

où $D_{\$,i}$ est la durée en dollar de l'obligation i , y_i le taux de rendement à l'échéance de l'obligation i .

Exemple: Considérons un portefeuille P composé des deux obligations ci-après. Les obligations A et B représentent respectivement 40% et 60% du portefeuille.

	A	B
Coupon	8,50%	12%
Rendement à l'échéance	8,50%	12%
Échéance	5 ans	8 ans
Prix	1000	1000
Durée en années	4,176	5,356
Durée modifiée	4,005	5,053
Portefeuille P	40%	60%

La durée du portefeuille P est égale à $0,4*4,176+0,6*5,356 = 4,884$.

Pour déterminer le rendement à l'échéance de ce portefeuille, il faut projeter ses flux monétaires et calculer le taux de rendement tel que la valeur actuelle des flux monétaires du portefeuille soit égale à la valeur marchande du portefeuille. Le

tableau ci-après présente les flux monétaires de chacune des deux obligations et ceux du portefeuille.

Flux monétaires à la fin de chaque semestre

Semestre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Oblig. A	42,5	42,5	42,5	42,5	42,5	42,5	42,5	42,5	42,5	1043						
Oblig. B	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	1060
Portefeuille	53	53	53	53	53	53	53	53	53	453	36	36	36	36	36	636

À partir des flux monétaires du portefeuille et sachant que sa valeur marchande est de 1000 \$ ($0,40 \cdot 1000 + 0,60 \cdot 1000$), le taux annuel de rendement à l'échéance du portefeuille P est égale à 10,87%.

En utilisant l'approximation présentée ci-dessus, on a:

$$y_p = \frac{0,4 \cdot 8,5\% \cdot 4005 + 0,6 \cdot 12\% \cdot 5053}{0,4 \cdot 4005 + 0,6 \cdot 5053} = 10,79\%$$

L'erreur d'approximation est ici de 8 pb. En utilisant la somme pondérée des rendements à l'échéance des obligations qui composent le portefeuille, on obtiendrait un rendement à l'échéance de 10,60%, soit $0,4 \cdot 8,5\% + 0,6 \cdot 12\%$, ce qui induit une importante erreur de 27 points de base (pb.).

2. LES STRATÉGIES DE GESTION ACTIVE DE PORTEFEUILLE OBLIGATAIRE

Le rendement relatif à la détention d'un portefeuille obligataire provient de trois sources : le revenu relié aux coupons, le gain (perte) en capital et le revenu relié au réinvestissement des coupons. En général, quatre facteurs affectent ces différentes sources de rendement :

- les changements dans les niveaux des taux d'intérêt;
- les changements dans la forme de la courbe des taux;
- les changements des écarts de taux entre deux ou plusieurs secteurs du marché obligataire;
- les changements dans les caractéristiques spécifiques des obligations.

Les différentes stratégies de gestion active de portefeuille reposent principalement sur chacun de ces facteurs.

2.1. Stratégies basées sur les anticipations des taux d'intérêt

À partir de prévisions des mouvements de taux d'intérêt, le gestionnaire de portefeuille cherchera à modifier la sensibilité de son portefeuille aux variations de taux d'intérêt afin de tirer profit de ses prévisions. Il va allonger (raccourcir) la durée de son portefeuille s'il prévoit une baisse (hausse) des taux d'intérêt. Pour les gestionnaires dont la performance est évaluée en fonction d'un indice obligataire, ceci implique une durée plus longue (courte) que celle de l'indice en cas d'anticipation des taux d'intérêt à la baisse (hausse).

La modification de la durée du portefeuille peut être faite en substituant des obligations contenues dans le portefeuille par d'autres, de durée plus élevée (ou plus faible), afin d'atteindre la durée cible du portefeuille. Cette opération est connue sous le nom de *swap d'anticipation de taux*. Une autre façon de modifier la durée du portefeuille est d'utiliser les contrats à terme sur taux d'intérêt.

La clé de cette stratégie est l'habilité du gestionnaire à prédire la direction des mouvements de taux. Les études universitaires montrent que les mouvements de taux d'intérêt suivent des processus aléatoires (stochastiques) et qu'il n'est pas possible de prédire exactement ces mouvements (efficience des marchés). Il est ainsi non justifié de baser une stratégie uniquement sur les anticipations des mouvements futurs des taux d'intérêt.

Toutefois, un gestionnaire ne poursuit pas une stratégie active en se basant uniquement sur les anticipations de taux d'intérêt. Il peut élaborer sa stratégie en faisant un pari sur les mouvements de taux d'intérêt dans le seul but de rattraper rapidement la performance de l'indice obligataire en fonction duquel il est évalué. Les clients (investisseurs) peuvent se prémunir contre de telles positions du gestionnaire, en posant des contraintes sur la durée du portefeuille, par rapport à celle de l'indice.

2.2. Les stratégies basées sur les mouvements des courbes de taux d'intérêt

Il existe une relation entre les rendements des obligations et leur échéance. La structure à terme des taux d'intérêt ou la courbe des taux dépiste cette relation. La forme de cette courbe peut changer dans le temps. Les stratégies basées sur les mouvements des courbes de taux d'intérêt consistent à constituer un portefeuille afin de tirer profit des changements anticipés de la forme de la courbe des taux d'intérêt. Le type de déplacement prévu de la structure des taux déterminera la stratégie appropriée.

2.2.1 Les types de déplacement de la courbe de taux

Les déplacements de la courbe des taux peuvent être des déplacements parallèles ou des déplacements non parallèles.

Les déplacements parallèles : Ils surviennent lorsque le changement des taux est le même pour toutes les échéances (court, moyen et long terme).

Les déplacements non parallèles : Il y a déplacement non parallèles lorsque la variation du taux de rendement à l'échéance est différente d'une échéance à l'autre. On distingue surtout deux types de déplacements non parallèles, à savoir les *twists* et les déplacements en papillon:

- Les *twists* sont des déplacements qui occasionnent un aplatissement ou un raidissement de la courbe des taux. Il y a aplatissement de la courbe lorsque l'écart entre les taux à long terme et les taux à court terme diminue. Il y a raidissement de la courbe lorsque l'écart entre les taux à long terme et les taux à court terme augmente.
- Les déplacements en papillon (*Butterfly*) où l'augmentation (la baisse) des taux d'intérêt à court terme et à long terme est supérieure (inférieure) à la variation des taux intermédiaires. On distingue des déplacements en papillon positifs (augmentation des taux court terme et long terme, aucune ou très peu de variation dans les taux moyen terme) et des déplacements en papillon négatifs (baisse des taux court terme et long terme, aucune ou très peu de variation dans les taux moyen terme).

2.2.2. Quelques stratégies basées sur le déplacement de la courbe des taux

Ces stratégies visent à profiter des anticipations relatives aux mouvements à court terme des taux d'intérêt, la source de rendement étant liée au changement de prix de chacune des obligations constituant le portefeuille. Ceci implique que l'échéance des obligations composant le portefeuille a un impact important sur le rendement.

Ainsi, sur un horizon d'un an, un portefeuille constitué à raison de 50 % d'obligations d'échéance 30 ans et, de 50 % d'obligations d'échéance 1 an, aura un rendement différent de celui d'un portefeuille composé uniquement d'obligations 5 ans, suite à un mouvement de la courbe des taux.

Le choix de l'échéance des obligations du portefeuille a donc un impact important sur le rendement des stratégies basées sur le déplacement de la courbe des taux. Il y a trois types de stratégies basées sur le déplacement de la courbe des taux.

- La stratégie *bullet*

Elle consiste à composer un portefeuille obligataire avec des obligations dont les échéances sont fortement concentrées en un point de la structure à terme des taux d'intérêt. Par exemple, un portefeuille composé à 60% d'obligations d'échéance 10 ans, à 20% d'obligations d'échéance 9 ans et à 20% d'obligations d'échéance 11 ans constitue un portefeuille *bullet*.

- La stratégie *barbell* (Haltères)

La stratégie *barbell* consiste à constituer un portefeuille composé d'obligations dont les échéances sont fortement concentrées en deux points extrêmes de la structure à terme des taux d'intérêt. Par exemple, un portefeuille composé à 50% d'obligations d'échéance 5-6 ans, et à 50% d'obligations d'échéance 25-30 ans constitue un portefeuille *barbell*.

- La stratégie *ladder* (Échelle)

La stratégie *ladder* consiste à constituer un portefeuille composé d'obligations dont les échéances sont réparties à intervalles réguliers tout au long de la structure à terme des taux d'intérêt.

La performance de ces stratégies diffère en fonction des déplacements de la courbe des taux. Elle dépend du type de déplacement et de l'ampleur de la variation. Il n'existe aucune stratégie qui serait optimale quel que soit le déplacement de la courbe des taux.

2.2.3. Analyse des stratégies basées sur les anticipations de déplacement de la courbe des taux

L'évaluation de la performance d'une stratégie doit se faire en analysant le rendement potentiel d'une telle stratégie, si les anticipations se réalisent. Pour analyser la performance des deux types de stratégies (*bullet* et *barbell*), considérons les deux portefeuilles suivants:

- Un portefeuille *Bullet* composé à 100 % des obligations d'échéance 10 ans, un taux de coupon de 9,25 %, un taux de rendement à l'échéance (TRE) de 9,25 %, une durée de 6,434 et une convexité de 55,4506.
- Un portefeuille *Barbell* composé à raison de 50,2 % des obligations d'échéance 5 ans, coupon de 8,50 %, TRE de 8,50 %, une durée de 4,005, une convexité de 19,8164, et à 49,8 % des obligations d'échéance 20 ans, coupons 9,50 %, TRE 9,50 %, durée 8,882 et convexité 124,1702.

Le taux de rendement à l'échéance du *bullet* est donc de 9,25 %. La durée en \$ du *bullet* est de 6,434 et sa convexité en \$ de 55,4506.

Le taux de rendement à l'échéance du portefeuille *barbell* est de:
 $(50,2 \% * 8,50 \% * 4,005 + 49,8 \% * 9,50 \% * 8,882) / (50,2 \% * 4,005 + 49,8 \% * 8,882) = 9,19\%$

La durée en \$ de ce portefeuille est : $50,2 \% * 4,005 + 49,8 \% * 8,882 = 6,434$.

La convexité en \$ du *barbell* est de: $50,2 \% * 19,8164 + 49,8 \% * 124,1702 = 77,7846$.

On remarque d'abord que le taux de rendement à l'échéance du portefeuille *barbell* est inférieur à celui du portefeuille *bullet* malgré des durées identiques. La différence entre les deux taux de rendement représente le prix de la convexité – la convexité du portefeuille *barbell* étant plus élevée que celle du portefeuille *bullet*, les investisseurs sont prêts à accepter un moindre rendement du *barbell* afin d'obtenir une plus grande convexité.

Supposons un investisseur avec un horizon de placement de 6 ans. Lequel des deux portefeuilles (*barbell* et *bullet*) choisira-t'il? Il sait que les deux portefeuilles ont la même durée, le portefeuille *bullet* a un TRE plus élevé et une convexité moins grande. Pour pouvoir faire le choix, il faut déterminer le rendement total de chacun des portefeuilles suite à différents déplacements de la courbe des taux.

Cas des variations parallèles de la courbe des taux

- Les deux portefeuilles, même avec des durées identiques (6,434) ne réalisent pas le même rendement. La différence est due à une convexité différente.
- Le bénéfice d'une convexité plus élevée dépend de l'amplitude des variations de taux d'intérêt.

Cas des variations non parallèles de la courbe des taux

- Supposons un aplatissement de la courbe des taux où le TRE des obligations à échéance intermédiaire change de $x\%$, le TRE des obligations de courte échéance varie de $x\% + 25\text{bp}$ et le TRE des obligations de longue échéance change de $x\% - 25\text{bp}$. Dans ce cas, la performance du portefeuille *barbell* sera toujours supérieure (quel que soit x) à celle du portefeuille *bullet*: l'appréciation du prix des obligations long terme du portefeuille *barbell* contrebalance largement la baisse du prix des obligations court terme, et ce du fait des différences entre les durées des deux classes d'obligations.
- Supposons un raidissement de la courbe des taux où le TRE des obligations à échéance intermédiaire fluctue de $x\%$, le TRE des obligations de courte échéance change de $x\% - 25\text{bp}$ et le TRE des obligations de longue échéance varie de $x\% + 25\text{bp}$. Dans ce cas, la performance relative du portefeuille *barbell* par rapport au portefeuille *bullet* va dépendre de l'amplitude de la variation des taux.

Il est donc important de noter que:

- Le taux de rendement à l'échéance, la durée et la convexité ne permettent pas de bien prédire la performance à la suite de raidissement ou d'aplatissement de la structure à terme des taux. La performance dépend de l'ampleur de la variation des taux et du changement de la forme de la courbe des taux.
- Pour mettre en œuvre une stratégie basée sur des anticipations de déplacement de la courbe des taux, il est plus approprié de faire une analyse consistant à simuler les variations anticipées et à évaluer la performance relative d'un portefeuille *barbell* par rapport à un portefeuille *bullet*.
- Pour des déplacements non parallèles de la courbe des taux, l'utilisation de la durée fournit une estimation erronée de la sensibilité du portefeuille aux

variations des taux d'intérêt. En effet, on sait que l'utilisation de la durée comme mesure de sensibilité d'un portefeuille obligataire aux variations des taux d'intérêt repose sur l'hypothèse de variations parallèles des taux. Soit un portefeuille composé d'obligations d'échéances de 5 ans, 10 ans et 30 ans. Ce portefeuille a une durée égale à D . La variation de la valeur du portefeuille estimée avec la durée sera $-D*dy$ où dy est la variation du taux de rendement à l'échéance (TRE). Le problème qui se pose ici est relatif à la valeur de dy lorsque la variation du TRE des obligations 5 ans est différente de la variation des TRE des obligations 10 ans ou 30 ans.

2.3. Les stratégies basées sur les écarts de taux

Le marché des obligations peut être subdivisé selon différents critères : le type de l'émetteur, la qualité, le niveau du coupon et l'échéance.³ Les stratégies basées sur l'écart des taux consistent à constituer un portefeuille afin de tirer profit d'une anticipation de changement de l'écart entre deux ou plusieurs compartiments du marché obligataire. On désigne par *swap* inter marché l'échange d'une obligation par une autre quand un investisseur croit que l'écart de rendement entre les deux obligations de différents segments du marché est anormal et qu'il anticipe une correction sur la période d'investissement. L'écart de rendement peut être mesuré en faisant la différence entre les TRE des deux obligations (en absolu ou en relatif) ou en calculant un ratio de TRE.

Considérons l'écart de crédit qui constitue la différence entre le TRE de deux obligations qui ne diffèrent l'une de l'autre que par la cote de crédit de leur émetteur. Cet écart varie en fonction des anticipations de changement dans la croissance économique. Il augmente en période de récession et baisse en période de croissance économique. L'écart de crédit dépend aussi du niveau général des taux d'intérêt. Il augmente avec le niveau général des taux (au début des années 80 par exemple, les

³ Les stratégies basées sur l'écart de rendement entre des obligations de différentes échéances ont été analysées précédemment.

écarts de crédit était beaucoup plus élevés que vers la fin des années 90). Le swap inter marché permet de tirer profit de ces variations dans l'écart de crédit en procédant à une prévision du cycle économique.

Il est important de noter qu'un swap inter marché pur nécessite le maintien de la même durée des obligations échangées. Pour déterminer le rendement pur relié au *swap* inter marché, il faut donc avoir la même durée en dollar du portefeuille. Autrement, il se peut que le gestionnaire ait pris une bonne décision en terme de l'écart de taux inter marché mais une mauvaise décision en terme d'exposition aux variations des taux d'intérêt.

2.4. Les stratégies basées sur les caractéristiques propres de chaque obligation

Elles consistent à identifier des obligations mal évaluées : un TRE différent de celui d'obligations de mêmes caractéristiques (même coupon, même qualité, mêmes clauses de rachat). Un *swap* dans lequel le gestionnaire de portefeuille échange une obligation par une autre ayant les mêmes caractéristiques est appelé *swap* de substitution. Ce *swap* est souvent motivé par des écarts injustifiés ou des anomalies de marché.

3. LES STRATÉGIES DE GESTION PASSIVE DE PORTEFEUILLE OBLIGATAIRE

Les deux grandes classes de stratégies de gestion passive de gestion de portefeuille obligataire sont la gestion indicielle et l'immunisation de portefeuille.

3.1. La gestion indicielle d'un portefeuille obligataire

La stratégie de gestion indicielle d'un portefeuille obligataire consiste à former un portefeuille afin de répliquer la performance d'un indice obligataire. Le principe reste le même que celui appliqué dans le cadre de la gestion indicielle d'un portefeuille d'actions. Les trois principales approches pour construire le portefeuille de réplication sont l'approche de l'échantillonnage stratifié, l'approche de minimisation de la variance et l'approche de l'optimisation. L'approche la plus utilisée dans la pratique est celle de l'échantillonnage stratifiée. Les strates sont constituées sur la bases des caractéristiques pertinentes à la performance de l'indice obligataire, notamment la durée, le niveau du taux de coupon, la maturité, le secteur de marché, la cote de crédit, les caractéristiques de rachat et de fonds d'amortissement des obligations qui composent l'indice.

Il existe plusieurs indices obligataires. Certains sont très bien connus, d'autres restent complètement ignorés du grand public. Des maisons de courtage rivalisent d'ardeur pour produire et mettre sur le marché des indices obligataires. Au Canada, les indices obligataires les plus connus et les plus suivis par les investisseurs sont des indices de Scotia McLeod. Les principaux indices sont:

- Le Scotia McLeod Universel qui est l'indice général du marché obligataire (*Scotia Capital Markets Bonds Index*).

- Trois indices définis selon l'échéance, à savoir, le Scotia Capital Court Terme, le Scotia Capital Moyen Terme, et le Scotia Capital Long Terme.

Au États-Unis, les trois indices obligataires les plus connus et qui couvrent l'ensemble du marché obligataire sont:

- L'indice agrégé de Lehman Brothers (il compte plus de 6500 obligations)
- L'indice obligataire BIG (Broad Investment-Grade) de Salomon Brothers (il compte plus de 5000 obligations)
- Merrill Lynch Domestic Market Index.

On distingue également plusieurs indices spécialisés dans des compartiments ou sous secteurs précis du marché obligataire. Par exemple, on a:

- l'indice des obligations gouvernementales de Lehman Brothers
- l'indice des obligations Yankee de Lehman Brothers
- l'indice des obligations Brady de Salomon Brothers
- l'indice des obligations convertibles 100 de Goldman Sachs.

La gestion indiciaire d'un portefeuille obligataire est plus complexe et engendre de plus grandes erreurs de réplique du fait:

- du grand nombre d'obligations qui composent les principaux indices obligataires.
- des multiples modifications de l'indice du fait de nouvelles émissions d'obligations, des changements de la maturité des obligations de l'indice, de la disparition des obligations qui arrivent à l'échéance (les obligations qui arrivent à échéance dans moins d'un an sont éliminés de la plupart des indices), etc...
- des problèmes de liquidité rattachés au marché secondaire des obligations.

- des différences entre les prix utilisés pour calculer la valeur de l'indice et les prix auxquels l'investisseur peut réellement faire des transactions sur le marché.
- des différences entre les taux de réinvestissement des coupons utilisés dans le calcul du rendement de l'indice et ceux auxquels l'investisseur a réellement accès sur le marché.

Parmi les principaux avantages de la gestion indiciaire de portefeuille obligataire, on peut noter le fait que la performance des gestionnaires poursuivant une stratégie de gestion active a été relativement faible, les frais de gestion active sont plus élevés que ceux de la gestion indiciaire, et que la gestion indiciaire permet un plus grand contrôle des investisseurs sur la gestion. Toutefois, il faut noter que la performance de l'indice ne représente pas nécessairement la performance optimale. Par exemple, si l'objectif est de faire face à un engagement prédéterminé, la performance de l'indice ne permettra pas d'atteindre cet objectif. De plus des erreurs de réplification sont généralement très importantes du fait des coûts de transaction et du nombre élevé des titres des indices. Certains titres ne sont pas très liquides ou ne sont pas disponibles aux prix utilisés lors de la constitution de l'indice.

3.2. L'immunisation de portefeuille

La gestion indiciaire vise à répliquer un indice obligataire dont la performance n'est aucunement reliée aux engagements et besoins de l'investisseur. Dans cette section, nous analysons des stratégies visant à gérer des actifs de façon à satisfaire les engagements de l'investisseur, c'est-à-dire celles consistant à sélectionner des titres générant des *cash flow* supérieurs ou égaux à ces engagements. Ce sont des stratégies d'immunisation où l'engagement du client sert de référence pour évaluer la performance du portefeuille obligataire.

On distingue généralement trois types de stratégies d'immunisation: l'immunisation pour satisfaire un seul engagement, l'immunisation multi-périodique et

l'appariement des flux d'encaisse lorsqu'il y a une multitude d'engagements à satisfaire.

3.2.1. Immunisation de portefeuille afin de satisfaire un seul engagement

i. Le principe

Certains investisseurs peuvent avoir des échéances précises de règlement de sommes importantes. Ces engagements ou passif de type 1 sont courants pour des compagnies d'assurance, des gestionnaires de fonds de pension, etc. La stratégie la plus simple, et communément utilisée dans ce cas, consiste à acheter une obligation dont l'échéance correspond à l'horizon de placement de l'investisseur. Par exemple, si on a un horizon de placement de 10 ans, on achète une obligation à échéance 10 ans. En supposant que le risque de défaut est nul, on recevra le montant promis à la date prévue. Cette stratégie permet d'obtenir le montant nécessaire prévu au moment où on prévoit en avoir besoin avec une certaine certitude.

Toutefois, même si on connaît la valeur nominale remboursement à l'échéance, il y a toujours un risque lié au réinvestissement des coupons (revenus d'intérêt). En effet, nous savons que le rendement que réalisera un investisseur sur une obligation dépend des coupons, du taux auquel ces coupons sont réinvestis, et du gain en capital réalisé à la fin de l'horizon d'investissement. L'investisseur fait donc face à deux types de risque: le risque de réinvestissement des coupons et le risque de prix. Lorsque l'horizon de placement (H) est égal à l'échéance de l'obligation (D), il n'y a aucun risque de prix, mais on subit un risque de réinvestissement des coupons. Par contre, lorsque l'horizon de placement est plus court que l'échéance de l'obligation, il y a un risque de prix et un risque de réinvestissement des coupons.

Pour immuniser une valeur accumulée visée (un rendement cible) contre les variations de taux d'intérêt, un gestionnaire de portefeuille doit composer un portefeuille obligataire tel que :

- la durée de Macaulay du portefeuille soit égale à l'horizon d'investissement (date de l'engagement);
- le valeur de marché des obligations acquises (valeur actuelle ou valeur marchande du portefeuille) soit égale à la valeur actuelle de l'engagement futur.

ii. Une illustration

Pour simplifier l'analyse, nous allons formuler les 3 hypothèses suivantes :

- les taux d'intérêt ne varient qu'une seule fois et cette fluctuation survient immédiatement après la date d'achat du titre;
- la structure des taux est initialement plate;
- le déplacement de la courbe des taux se fait de façon parallèle.

La compagnie d'assurance vie ABC Inc. vend une police qui garantit au détenteur un taux d'intérêt de 6,25 % tous les 6 mois (équivalent à un rendement de 12,5 % sur une obligation) pour une période de 5,5 années (11 périodes de 6 mois). Le prix de cette police, payé aujourd'hui par le détenteur de la police est de 8 820 262 \$.

À l'échéance, la compagnie d'assurance vie garantit au souscripteur une valeur de : $8\,820\,262 * (1,0625)^{11} = 17\,183\,033$ \$. Donc en investissant les 8 820 262 \$, la compagnie vise une valeur finale de 17 183 033 \$ après 5,5 années (ce qui est équivalent à un TRE de 12,5 % sur une base d'investissement en obligation). La compagnie d'assurance peut adopter l'une ou l'autre des stratégies suivantes :

Stratégie 1 : Achat d'une obligation coupon 12,5 %, échéance 5,5 ans, TRE 12,5 %

La durée de cette obligation est de 4,38 années, inférieure à l'horizon de placement. Ici, l'horizon de placement est égal à l'échéance de l'obligation.

- Si juste après l'acquisition, les taux d'intérêt augmentaient subitement, la valeur accumulée à la fin de l'horizon augmente. L'augmentation de la valeur accumulée (ou rendement total en %) lorsque le taux de rendement à l'échéance (TRE) augmente s'expliquent par le rendement plus élevé issu du réinvestissement des coupons, alors que la valeur nominale sera obtenue à l'échéance (égale à l'horizon de placement) sans aucune perte en capital.
- Si juste après l'acquisition, les taux d'intérêt baissaient subitement, la valeur accumulée à la fin de l'horizon diminue. La diminution de la valeur accumulée (ou rendement total en %) lorsque le taux de rendement à l'échéance (TRE) baisse s'expliquent par une baisse du rendement issu du réinvestissement des coupons.
- Lorsque le TRE varie, il n'y a que l'effet du réinvestissement des coupons qui joue (en supposant que l'obligation ne comporte pas de clauses de rachat).

Stratégie 2 : Achat d'une obligation coupon 12,5 %, échéance 15 ans, TRE 12,5 %

La durée de cette obligation est de 7,54 années, supérieure à l'horizon de placement.

- Si les taux d'intérêt augmentaient subitement après l'investissement, la valeur accumulée à la fin de l'horizon diminue. La diminution de la valeur accumulée (ou rendement total en %) lorsque le TRE augmente se produit du fait que la dépréciation de la valeur des obligations (perte en capital) est plus importante que le revenu supplémentaire issu du réinvestissement des coupons à un taux plus élevé. C'est le cas lorsque la durée du portefeuille est supérieure à l'horizon de placement.

- Si les taux d'intérêt diminuaient subitement après l'investissement, la valeur accumulée à la fin de l'horizon augmente. L'augmentation de la valeur accumulée (ou rendement total en %) lorsque le TRE diminue se produit du fait que l'appréciation ou le gain en capital est plus important que le manque à gagner du réinvestissement des coupons.
- Lorsque le TRE varie, l'effet de l'appréciation/dépréciation en capital l'emporte toujours sur l'effet du réinvestissement des coupons lorsque l'horizon de placement est inférieur à la durée du portefeuille. Inversement, l'effet du réinvestissement des coupons l'emporte sur l'effet de l'appréciation/dépréciation en capital lorsque l'horizon de placement est supérieur à la durée du portefeuille.

À la recherche d'une solution

Pour contrebalancer la baisse (l'augmentation) du réinvestissement des intérêts par l'augmentation (la baisse) du gain en capital lorsque le TRE baisse (augmente) ou pour être immunisé contre les fluctuations de taux d'intérêt, considérons la stratégie suivante :

Stratégie 3 : Achat d'une obligation coupon 10,125 %, échéance 8 ans, TRE 12,5 %

La durée de cette obligation est de 5,5 années, égale à l'horizon de placement. La valeur accumulée à la fin de l'horizon de placement sera la même peu importe la variation initiale du TRE. On est donc assuré d'avoir le rendement initialement visé de 12,5 % quelle que soit la fluctuation subite de taux d'intérêt. Ce phénomène est dû au fait que :

- Suite à une hausse du TRE, on subit une perte en capital mais on peut réinvestir les coupons à un taux plus élevé. Le temps requis pour compenser la perte en capital avec les excédents du réinvestissement des coupons à un taux plus élevé correspond à la durée (*duration*) des obligations.

- Suite à une baisse du TRE, on obtient un gain en capital mais les coupons seront réinvestis à un taux plus faible. Le temps requis pour que le gain en capital soit annulé par la diminution des revenus gagnés sur le réinvestissement des coupons à un taux plus faible correspond à la durée de l'investissement.

iii. Le rebalancement d'un portefeuille immunisé

Notre illustration des principes de l'immunisation suppose une seule variation des taux d'intérêt. En pratique, les taux d'intérêt varient sur toute la période d'investissement. Par conséquent, la durée de Macaulay changera avec la variation des taux. De plus, le simple passage du temps fera varier la durée.

Le portefeuille ne peut être immunisé contre les fluctuations des taux d'intérêt que si la durée de Macaulay est égale à la période restante à l'horizon de placement. Le gestionnaire doit donc rebalancer son portefeuille de façon à modifier la durée de son portefeuille et à l'ajuster à l'horizon de l'engagement. Ce rebalancement implique des frais de transaction relativement élevés, d'où la nécessité d'un compromis entre une immunisation parfaite (rebalancer le portefeuille autant que possible) et des frais de transaction moins élevés (rebalancement occasionnel).

iv. Remarques

- ◆ Pour immuniser un portefeuille contre les variations de taux d'intérêt, il faut que la durée du portefeuille soit égale à l'horizon d'investissement. Toutefois, le portefeuille serait immunisé contre les fluctuations de taux d'intérêt uniquement si la courbe des taux est plate et les déplacements de la courbe des taux sont parallèles. Si les déplacements de la courbe des taux d'intérêt sont non parallèles, l'utilisation d'un portefeuille dont la

durée est égale à l'horizon de placement ne permettra pas d'atteindre exactement la valeur cible visée.

- ◆ On peut constituer plusieurs portefeuilles dont la durée est égale à l'horizon d'investissement. Le portefeuille optimal à considérer pour couvrir la valeur d'un engagement est celui qui minimise le risque de réinvestissement (incluant le réinvestissement de la valeur d'obligations arrivées à échéance); par exemple, un portefeuille *bullet* composé d'obligations dont les échéances sont proches de l'horizon de placement comporte moins de risque de réinvestissement qu'un portefeuille *barbell*. Fong et Vasicek (1984) ont proposé la mesure suivante du risque d'immunisation de portefeuille qui n'est rien d'autre qu'une mesure de la dispersion temporelle des flux monétaires :

$$\text{Mesure de risque de réinvestissement} = \sum_{t=1}^N \frac{CF_t (t - H)^2}{(1 + y)^t}$$

où :

CF_t est le flux monétaire du portefeuille obligataire au temps t

N est le temps du dernier flux monétaire des obligations du portefeuille

H est l'horizon de placement

y le taux de rendement à l'échéance du portefeuille obligataire.

On note bien que ce risque est faible lorsque l'occurrence des flux monétaires (les t) est concentrée autour de l'horizon de placement H .

- ◆ Investir dans des obligations zéro-coupon, (durée égale à l'échéance) dont l'échéance est égale à l'horizon, nous permet d'immuniser la valeur future du portefeuille. Toutefois, en pratique, le TRE des obligations zéro-coupon est moins élevé que celui d'obligation avec coupons. Par

conséquent l'utilisation d'obligations zéro-coupon pour s'immuniser coûte plus cher que l'utilisation d'obligations avec coupons.

- ◆ La valeur finale visée (rendement total) ne sera pas réalisée si un ou plusieurs émetteurs des obligations du portefeuille faisaient défaut. On peut restreindre l'univers d'investissement aux obligations fédérales (sans risque de défaut). Toutefois le rendement réalisé suite à l'investissement dans de telles obligations est moins élevé que celui découlant d'obligations plus risquées. Ainsi, pour s'immuniser, l'utilisation d'obligations fédérales coûte plus chère que l'utilisation d'obligations corporatives.

3.2.2. L'immunisation conditionnelle

Elle consiste en une combinaison de stratégies actives et passives : on immunise si la valeur du portefeuille tombe à une valeur prédéfinie.

Le gestionnaire de portefeuille poursuivra une stratégie de gestion active jusqu'à ce que les conditions de marché conduisent la valeur du portefeuille (à l'instant t) en dessous d'une valeur nécessaire (à l'instant t) afin de réaliser les objectifs du client (une certaine valeur cible à l'instant H). Le seuil minimal est égal à :

$$\text{Seuil} = \frac{\text{Valeur cible en } H}{(1 + y)^{H-t}}$$

où y est le rendement de marché disponible au temps t .

La différence entre la valeur de marché du portefeuille obligataire et ce seuil constitue le cousin de sécurité qui permet de décider d'un changement de stratégie de gestion, i.e du passage d'une stratégie active à une stratégie passive si le coussin est trop mince.

Exemple :

Un client veut investir 50 000 000 \$, il accepte un rendement de 10 % (capitalisation semestrielle) sur un horizon de 4 ans. À ce moment, il est possible de réaliser un rendement de 12 % sur un portefeuille immunisé.

- La valeur initiale du portefeuille est de 50 000 000 \$, la valeur cible minimale à atteindre dans 4 ans serait de $50\,000\,000 \$ * (1,05)^8 = 73\,872\,772 \$$.
- Le taux de rendement à ce moment est de 12 %, les actifs à investir pour réaliser une valeur cible de 73 872 772 \$ représentent la valeur actuelle de ce montant au taux de 12 % soit $73\,872\,772 \$ / (1,06)^8$ soit 43 348 691 \$.
- Puisque la valeur du portefeuille est de 50 000 000 \$ > 43 348 691 \$ le gestionnaire de portefeuille poursuit initialement une gestion active.
- Supposons que le gestionnaire place tous les fonds dans une obligation d'échéance 20 ans coupon 12 %, se transigeant au pair.

Cas 1 : *Les taux baissent à 9 % après une période de 6 mois ?*

- Le prix de l'obligation augmente de 1 000 \$ à 1 273,40 \$.
- Les 50 M \$ initialement investis valent 63 670 000 \$. Les coupons versés sont de 3 000 000 \$ ($50\,000\,000 \$ * 0,12/2$). La valeur du portefeuille sera donc de 66 670 000 \$.
- Le taux de rendement à ce moment est de 9 %, les actifs à investir pour réaliser une valeur cible de 73 872 772 \$ (engagement initial ou valeur cible) représentent la valeur actuelle de ce montant au taux de 9 % soit $73\,872\,772 \$ / (1,045)^7$ ou un montant de 54 283 888 \$.

- La valeur du portefeuille est de 66 670 000 \$ > 54 283 888 \$: le gestionnaire de portefeuille continuera à faire de la gestion active. Le coussin de sécurité est la différence entre ces deux valeurs.

Cas 2 : Les taux augmentent à 14,26 % après une période de 6 mois ?

- Le prix de l'obligation baisse de 1 000 \$ à 852,32 \$.
- Les 50 000 000 \$ initialement investis valent 42 615 776 \$. Les coupons versés sont de 3 000 000 \$ ($50\,000\,000 \times 0,12 / 2$). La valeur du portefeuille sera donc de 45 615 776 \$.
- Le taux de rendement à ce moment est de 14,26 %, les actifs à investir pour réaliser une valeur cible de 73 872 772 \$ représentent la valeur actuelle de ce montant au taux de 14,26 % soit $73\,872\,772 \$ / (1,0713)^7 = 45\,614\,893 \$$.
- La valeur du portefeuille est de 45 615 776 \$ ne laissant plus qu'un faible coussin ou une marge de sécurité de 883\$: le gestionnaire de portefeuille changera de stratégie et immunisera son portefeuille.

Pour implanter une stratégie d'immunisation conditionnelle, il faut :

- identifier un rendement cible à réaliser;
- établir un montant initial à immuniser en fonction de ce taux cible, ainsi que sa valeur présente en fonction de l'évolution des taux;
- mettre en place des procédures de contrôle ou de suivi afin que la valeur du portefeuille soit toujours supérieure à la valeur actuelle de l'engagement cible (au taux du marché).

3.2.3. Stratégie d'immunisation multi-périodique

L'immunisation multi-périodique est une stratégie de gestion de portefeuille qui consiste à composer un portefeuille de façon à satisfaire plusieurs engagements futurs prédéterminés, quels que soient les mouvements des taux d'intérêt sur la période. Dans le cas spécial des mouvements parallèles des taux d'intérêt, Fong et Vasicek ont montré que les trois conditions suivantes sont nécessaires et suffisantes pour assurer l'immunisation d'un portefeuille à engagements multiples :

1. la durée du portefeuille doit être égale à la durée des engagements
2. la distribution des durées des titres composant le portefeuille doit être plus large que celle des durées des engagements ;
3. la valeur actuelle des flux monétaires du portefeuille obligataire doit être égale à la valeur actuelle des engagements multi-périodiques.

Le problème relatif à ce type d'immunisation est l'hypothèse non réaliste de variations parallèles de la courbe des taux. Plusieurs modèles ont été dérivés pour tenir compte des variations non parallèles ; toutefois, il n'y a pas de modèle général pour chaque mouvement de la courbe. Ainsi, un modèle qui protège contre un certain mouvement de la courbe peut avoir une grande exposition pour un autre type de mouvement de la courbe des taux.

3.2.4. Stratégie d'appariement des flux d'encaisse

Cette stratégie consiste à acheter des obligations dont la date et le montant des flux monétaires correspondent à la date et au montant des déboursés à faire. Le gestionnaire sélectionne des obligations qui procurent, à chaque période, des flux

monétaires permettant de faire face aux engagements de la période. Le principe de cette stratégie est le suivant:

- i. Une obligation est sélectionnée avec une échéance qui coïncide avec celle de l'engagement le plus éloigné. On investit dans cette obligation un montant tel que le flux monétaire qui en découlera à l'échéance (valeur nominale et dernier coupon) soit égal au montant du dernier engagement.
- ii. Les autres engagements seront réduits des paiements périodiques de coupons de l'obligation choisie plus tôt (ici, l'obligation sélectionnée au point *i*) et, une autre obligation est choisie pour faire face au montant restant de l'avant dernier engagement.
- iii. La procédure du point *ii* sera appliquée jusqu'à ce que tous les engagements soient couverts par les flux du portefeuille obligataire.

Des techniques de programmation mathématique sont généralement utilisées afin de réduire les coûts relatifs à cette procédure d'immunisation.

3.2.5. Remarques

- i. Différences entre l'immunisation multi-périodique et l'appariement des flux d'encaisse
 - Contrairement à l'immunisation multi-périodique, l'appariement des flux d'encaisse n'a pas d'exigences de durée.
 - Aucun rebalancement de portefeuille n'est nécessaire dans le cas de l'appariement des flux d'encaisse (au besoin, il suffira de changer les obligations dont la qualité a baissé).

- Pour l'immunisation multi-périodique, il y a un risque d'immunisation (variations non parallèles de la courbe de taux), ce qui n'est pas le cas pour l'appariement des flux d'encaisses.
- Les coûts d'une stratégie d'appariement des flux d'encaisse sont généralement de 3 % à 7 % plus élevés que ceux de l'immunisation multi-périodique.

ii. La combinaison des stratégies appariement-immunisation

Une variante combinant l'appariement des flux d'encaisse et l'immunisation multi-périodique est souvent utilisée en pratique. Cette stratégie mixte consiste à composer un portefeuille dont la durée est égale à celle des engagements avec la contrainte d'un appariement des flux d'encaisse pour les premières années (souvent les 5 premières années). L'avantage de la combinaison des deux stratégies réside dans le fait que les besoins de liquidité sont couverts pour la période initiale d'immunisation. Ceci réduit le risque lié aux mouvements non parallèles de la courbe des taux. Le désavantage de la combinaison des deux stratégies est relatif aux coûts de transaction plus élevés.

4. STRATÉGIES HYBRIDES : Combinaison des stratégies actives et d'immunisation

Dans la stratégie d'immunisation conditionnelle, le gestionnaire de portefeuille adopte soit une stratégie active ou une stratégie d'immunisation (lorsque la valeur du portefeuille tombe en dessous d'une certaine valeur). Il ne peut pas poursuivre les deux stratégies en même temps. Par contre, dans une combinaison stratégie active/immunisation, le gestionnaire fera un mélange des deux stratégies : une partie du portefeuille sera gérée activement et une autre sera immunisée. L'allocation de la portion des fonds du portefeuille qui sera gérée activement est basée sur le taux cible permettant l'immunisation, le rendement minimum acceptable par le client et l'anticipation du plus faible rendement pouvant découler d'une stratégie active.

Une formule suggérée, par Gifford Fong Associates, peut être utilisée pour déterminer la portion du portefeuille qui sera gérée activement :

$$\text{Portion active} = \frac{RC - RM}{RC - RF}$$

où :

RC : Rendement cible visé par la stratégie d'immunisation

RM : Rendement minimum requis par le client

RF : Rendement le plus faible anticipé de la stratégie de gestion active

Puisque les rendements entrant dans la formule ci-dessus changent dans le temps, il est nécessaire de procéder à des rebalancements périodiques de portefeuille entre la portion active et la portion passive. Pour un niveau donné de rendement cible permettant l'immunisation, plus le rendement minimum acceptable par le client est

faible et/ou le rendement minimum d'une stratégie active est élevé, plus grand sera le pourcentage du portefeuille alloué à la gestion active.

CONCLUSION

Dans ce document, nous avons présenté les principaux concepts à la base de l'analyse et de la gestion des portefeuilles obligataires. La maîtrise des dimensions de risques spécifiques et systématiques des obligations permet au gestionnaire de portefeuille d'élaborer des stratégies appropriées pour tirer profit de ses anticipations de l'évolution des taux d'intérêt.

La croyance populaire porte à croire que les gestionnaires de portefeuille achètent des obligations seulement pour les coupons qu'elles offrent et la garantie d'obtenir la valeur nominale à l'échéance dans le contexte d'une stratégie d'achat-détention. Il n'en est rien. Plusieurs gestionnaires de portefeuille exploitent la volatilité des taux d'intérêt et les déplacements de la structure des taux dans la gestion active de portefeuille obligataire. Tout comme pour les portefeuilles d'actions, les stratégies actives de gestion de portefeuille obligataire visent à tirer profit des anticipations du niveau et de la structure à terme des taux d'intérêt, des écarts de rendement estimés injustifiés entre différents segments du marché obligataire, ou tout simplement pour exploiter des anomalies de marché. La profitabilité de ces stratégies repose sur les capacités d'analyse et de prévision du gestionnaire.

Plusieurs investisseurs institutionnels utilisent les placements obligataires pour faire face à des engagements spécifiques. Les stratégies d'immunisation sont utilisées à ces fins. Parmi elles sont les stratégies d'immunisation conditionnelle, l'appariement des flux d'encaisses. Les rendements de ces stratégies sont également fonction des niveaux de risque qui leur sont associés.

EXERCICES D'APPLICATION

Application # 1

Une des exigences majeures lors de la gestion d'un portefeuille de titres à revenu fixe en utilisant une politique d'immunisation conditionnelle est le contrôle continu de la relation entre la valeur marchande courante du portefeuille et la valeur exigée pour atteindre la valeur plancher fixée à la fin de l'horizon d'investissement. Cette différence est appelée : *marge d'erreur*. Dans ce contexte, considérez un portefeuille de 300 millions de \$ avec un horizon de 5 ans. Le taux de rendement disponible sur le marché lors de la négociation du portefeuille est de 12 %, mais le client acceptera un taux de rendement minimal de 10 % pour permettre la mise en place de stratégies de gestion active. Les valeurs marchandes ainsi que les taux de rendement à l'échéance observés à la fin des années 1, 2 et 3 sont comme suit :

Fin de l'année	Valeur Marchande (millions de \$)	Taux du marché (TRE)
1	340,9	10 %
2	405,5	8 %
3	395,2	12 %

1. Calculez la valeur plancher exigée à la fin de l'horizon.
2. Calculez la valeur exigée à la fin des années 1, 2 et 3 pour atteindre la valeur plancher fixée pour la fin de l'horizon. Déterminez la marge d'erreur à la fin des années 1, 2 et 3.

3. Que doit faire un gestionnaire utilisant une politique d'immunisation conditionnelle si la marge d'erreur à la fin de l'une des années avait été de zéro ou négative ?

Supposons maintenant une gestion passive, c'est à dire l'immunisation parfaite du portefeuille :

4. Si votre client voulait investir uniquement dans les obligations versant des coupons semestriels au taux de 12 % et se transigeant actuellement au pair. Quelle devrait être leur échéance pour qu'une immunisation de la valeur de son portefeuille dans 5 ans soit possible ?
5. Le portefeuille choisi est parfaitement immunisé (supposez que votre client n'a aucune exigence concernant les obligations choisies). Six mois après, les taux ne bougent pas, qu'est ce que vous devez faire (ne pas faire) pour que la valeur finale du portefeuille soit totalement immunisée ? Expliquez.

Application # 2

Votre oncle désire procéder à des placements obligataires qui devront lui permettre de partir s'installer en Floride dans exactement 5 ans. Il aimerait encaisser un montant fixe de 500 000 \$ à la fin de cette période de 5 ans, mais vous savez que les taux d'intérêt peuvent varier substantiellement durant les prochaines années.

1. Existe-t-il un moyen de composer un portefeuille d'obligations de façon à avoir une somme de 600 000 \$ quelles que soient les fluctuations éventuelles des taux d'intérêt ?
2. Si l'univers de placement retenu n'est constitué que des obligations offrant un taux de rendement à l'échéance de 7 % (pour diverses échéances) et se

transigeant au pair, quels devraient être le montant initial à placer par votre oncle, ainsi que l'échéance des obligations à retenir?

3. Si votre oncle pouvait investir dans les deux obligations suivantes, déterminez le montant à allouer à chacune des obligations A et B pour être certain d'avoir le montant de 600 000 \$ désiré dans 5 ans:

Obligation A : échéance 20 ans, TRE : 5 %, coupon 5 %

Obligation B : échéance 3 ans, TRE : 8 %, coupon 8 %