

Phénomène d'attente

Exercices 6

Exercice 6.1. Le service des échanges d'un grand magasin à rayons du centre ville possède plusieurs comptoirs de service. Le temps est mesuré en heures, $t = 0$ correspond à l'ouverture du magasin, ce matin.

a) Discutez brièvement des conditions que doivent respectées les arrivées des clients insatisfaits afin que nous puissions les modéliser à l'aide d'un processus de Poisson d'intensité constante. Soyez bref.

Admettons que les temps de service peuvent être modélisés par une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi exponentielle d'espérance $\frac{1}{\mu} = 8$ minutes ($\frac{2}{15}$ d'heure).

b) Sachant qu'il y a, en moyenne, une arrivée de client à toutes les 150 secondes, déterminez le nombre minimal c_0 de comptoirs permettant au système de ne pas exploser.

Pour répondre aux prochaines questions, vous pouvez supposer que le système est à l'état stationnaire.

Déterminez la probabilité que le système soit dans une période morte lorsqu'il y a respectivement c_0 , $c_0 + 1$ et $c_0 + 2$ comptoirs de service.

d) Déterminez la probabilité que tous les caissiers soient occupés et que la file d'attente soit vide lorsqu'il y a respectivement c_0 , $c_0 + 1$ et $c_0 + 2$ comptoirs de service.

e) Tracez le graphe de la fonction de masse du nombre de clients dans le système lorsqu'il y a respectivement c_0 , $c_0 + 1$ et $c_0 + 2$ comptoirs de service.

f) Déterminez la distribution du temps d'attente et l'espérance d'un client lorsqu'il y a respectivement c_0 , $c_0 + 1$ et $c_0 + 2$ comptoirs de service.

g) Vous êtes gestionnaire du service à la clientèle et devez offrir le meilleur service possible tout en maintenant des coûts d'opération raisonnables. En utilisant les résultats obtenus, dites combien de comptoirs seront disponibles et justifiez votre choix.

Exercice 6.2. La gestion des prêts de livres et autres documents de la bibliothèque ABC est effectuée à l'aide d'un logiciel résidant sur un serveur. Le serveur est présentement accessible depuis le comptoir de prêt par deux terminaux, un pour chacun des deux préposés travaillant à ce service. Le serveur fait en sorte que le temps requis par un préposé pour compléter les transactions nécessaires au prêt de documents à un client donné est de loi exponentielle d'espérance 3 minutes.

Une nouvelle année scolaire débute est l'augmentation de la clientèle étudiante fait en sorte qu'un utilisateur de la bibliothèque se présente au comptoir de prêt en moyenne toutes les minutes.

a) Déterminez les paramètres de ce phénomène d'attente et décrivez l'état du système présentement.

b) Le directeur de la bibliothèque souhaite l'amélioration de ce service. Deux solutions s'offrent à lui:

- 1) embaucher deux préposées supplémentaires
et ajouter deux terminaux au comptoir de prêt
(le temps requis pour servir un utilisateur demeure
de loi exponentielle d'espérance 3 minutes);
- 2) changer le serveur de sorte que le temps de service
soit de loi exponentielle d'espérance 1,5 minutes,
le nombre de préposés restant à deux.

Quelle est, pour chacune de ces deux situations, l'intensité du trafic?

c) Supposez que le système est à l'état stationnaire. Déterminez, pour chacune des deux solutions proposées, la probabilité qu'à un instant donné, le système soit dans une période morte.

d) Déterminez, pour chacune des deux solutions proposées, la probabilité qu'un utilisateur se présentant au comptoir au moment où le système est à l'état stationnaire n'ait pas à attendre.

e) Supposez que le système est à l'état stationnaire. Déterminez, pour chacune des deux situations, la distribution du nombre de préposés inoccupés.

f) Déterminez, pour les deux situations, la distribution stationnaire du temps qu'un utilisateur passe dans la file d'attente. Représentez-les graphiquement et calculez leur espérance.

g) Analysez vos résultats.