

Exercices Chapitre 1

3-851-84 Microéconomie

QUESTION 1

Soit trois consommateurs ayant les fonctions d'utilité suivantes:

$$u_1(x_1, x_2) = 8I x_1^4 x_2^{\frac{2}{3}}$$

$$u_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_1 x_2^3$$

$$u_3(x_1, x_2) = 3 x_1 x_2^{1/6}$$

Chacun d'eux dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_1 et p_2 .

- a) Si ces consommateurs maximisent leur utilité sous contrainte, quelles seront leurs fonctions de demande respectives?
- b) À partir des fonctions de comportement calculées en a), que pouvez-vous conclure quant aux préférences de ces trois consommateurs?
- c) Pour le consommateur 2, quel est le prix relatif personnel du bien x_1 , exprimé en terme du bien x_2 ? À quoi cela correspond-il? Illustrez graphiquement.

QUESTION 2

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité $u = x^2y$. Il dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_x et p_y .

- a) Trouvez les fonctions de demande Hicksiennes $\hat{x} = h_x(p_x, p_y, \bar{u})$ et $\hat{y} = h_y(p_x, p_y, \bar{u})$.
- b) Trouvez la fonction de dépense $e(p_x, p_y, \bar{u})$.
- c) Montrez que la fonction de dépense est homogène de degré 1 dans les prix.
- d) Utilisez le lemme de Shephard pour trouver les fonctions de demande compensée.
- e) Quel sera l'équilibre du consommateur (x^1, y^1) , si $R = 100$ \$, $p_x = 3$ \$ et $p_y = 2$ \$. Illustrez graphiquement cet équilibre.
- f) Si p_y passe à 6 \$ alors que p_x et R restent constants, comment le choix optimal du consommateur sera-t-il modifié? Que représente le passage de e) à f)? En appelant (x^2, y^2) les nouvelles valeurs prises par x et y , illustrez ce changement sur le graphique précédent.
- g) Partant de la situation d'équilibre trouvée en e), comment le choix du consommateur serait-il modifié si p_y passait à 6 \$, en supposant que son niveau d'utilité reste le même? Le consommateur peut-il garder le même niveau de satisfaction compte tenu de son revenu? Que représente le passage de e) à g)? En appelant (x^3, y^3) les nouvelles valeurs calculées pour x et y , illustrez ce changement graphiquement.

QUESTION 3

L'utilité d'un consommateur est donnée par la fonction $u = xy + x + y$. La maximisation de son utilité sous contrainte permet de trouver les demandes Marshalliennes suivantes:

$$x^* = d_x(p_x, p_y, R) = \frac{R - p_x + p_y}{2 p_x}$$

$$y^* = d_y(p_x, p_y, R) = \frac{R + p_x - p_y}{2 p_y}$$

- a) Trouvez K , la matrice de Slutsky.
- b) La matrice K vérifie-t-elle les deux propriétés suivantes:
- i) symétrie: $K \equiv K'$,
 - ii) homogénéité: $Kp \equiv 0$.
- Donnez l'interprétation économique de chacune de ces propriétés.
- c) Les biens x et y sont-ils complémentaires ou substitués? Pourquoi?
- d) Expliquez pourquoi les éléments de la diagonale sont négatifs.
- e) Quelle est la fonction d'utilité indirecte de ce consommateur?

QUESTION 4

Soit trois consommateurs ayant les fonctions d'utilité suivantes :

$$u_1(x_1, x_2) = 4x_1 x_2^2$$

$$u_2(x_1, x_2) = 2x_1^{1/2} x_2$$

$$u_3(x_1, x_2) = 1/3 x_1^3 x_2$$

Chacun d'eux dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_1 et p_2 .

- a) Si les consommateurs maximisent leur utilité sous contrainte, quelles seront leurs fonctions de demande respectives?
- b) Comparez les fonctions de comportement calculées en a). Que remarquez-vous et comment l'expliquez-vous?
- c) Pour le consommateur 3, quel est le prix relatif personnel du bien x_1 exprimé en terme du bien x_2 ? À quoi cela correspond-il? Calculez les prix relatifs personnels dans les cas particuliers où il posséderait initialement les paniers de biens suivants :

$$(x_1, x_2) = (1, 6)$$

$$(x_1, x_2) = (3, 3)$$

$$(x_1, x_2) = (6, 2)$$

Illustrez graphiquement.

QUESTION 5

L'utilité d'un consommateur est donnée par la fonction $u(x, y, z) = xy(z + 2)$. La maximisation de son utilité sous contrainte permet de trouver les demandes Marshalliennes suivantes :

$$x^* = \frac{R + 2p_z}{3p_x}$$

$$y^* = \frac{R + 2p_z}{3p_y}$$

$$z^* = \frac{R - 4p_z}{3p_z}$$

La matrice de Slutsky est la suivante :

$$K = \begin{bmatrix} -\left(\frac{2R + 4p_x}{9p_x^2}\right) & K_{xy} & \frac{R + 2p_z}{9p_x p_z} \\ K_{yx} & K_{yy} & \frac{R + 2p_z}{9p_y p_z} \\ \frac{R + 2p_z}{9p_x p_z} & \frac{R + 2p_z}{9p_y p_z} & -\left(\frac{2R + 4p_z}{9p_z^2}\right) \end{bmatrix}$$

- Trouvez les éléments manquants de la matrice de Slutsky.
- La matrice K vérifie-t-elle les deux propriétés suivantes :
 - symétrie : $K \equiv K'$
 - homogénéité : $Kp \equiv 0$
 Donnez l'interprétation économique de chacune de ces propriétés.
- Les biens x et y , x et z , et y et z sont-ils complémentaires ou substitués? Pourquoi?
- Les éléments de la diagonale sont-ils tous négatifs? Si oui, expliquez pourquoi.

- e) Quelle est la fonction d'utilité indirecte de ce consommateur?
- f) Expliquez sous quelles conditions la pente de la fonction de demande pour un bien peut être positive, à l'aide de l'équation de Slutsky. De quel type de bien s'agit-il alors? Donnez un exemple.

QUESTION 6

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité $u = 2xy$. Il dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_x et p_y .

- a) Trouvez les fonctions de demande Hicksiennes $\hat{x} = h_x(p_x, p_y, \bar{u})$ et $\hat{y} = h_y(p_x, p_y, \bar{u})$.
- b) Trouvez la fonction de dépense $e(p_x, p_y, \bar{u})$.
- c) Montrez que la fonction de dépense est homogène de degré 1 dans les prix.
- d) Utilisez le lemme de Shephard pour trouver les fonctions de demande compensée.
- e) Quel sera l'équilibre du consommateur (x^1, y^1) , si $R = 20$ \$, $p_x = 5$ \$ et $p_y = 5$ \$. Illustrez graphiquement cet équilibre.
- f) Si p_y passe à 10 \$ alors que p_x et R restent constants, comment le choix optimal du consommateur sera-t-il modifié? Que représente le passage de e) à f)? En appelant (x^2, y^2) les nouvelles valeurs prises par x et y , illustrez ce changement sur le graphique précédent.
- g) Partant de la situation d'équilibre trouvée en e), comment le choix du consommateur serait-il modifié si p_y passait à 10 \$, en supposant que son niveau d'utilité reste le même? Le consommateur peut-il garder le même niveau de satisfaction compte tenu de son revenu? Que représente le passage de e) à g)? En appelant (x^3, y^3) les nouvelles valeurs calculées pour x et y , illustrez ce changement graphiquement.
- h) Sur un graphique mettant en relation le prix et les quantités consommées du bien x , illustrez le niveau de consommation initial x^1 et les deux niveaux de consommation calculés en f) et g), respectivement x^2 et x^3 . Identifiez la courbe qui relie x^1 à x^2 et celle qui relie x^1 à x^3 .

QUESTION 7

Soit trois consommateurs ayant les fonctions d'utilité suivantes :

$$u_1(x_1, x_2) = 3 x_1^{1/3} x_2$$

$$u_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_1^4 x_2^2$$

$$u_3(x_1, x_2) = 27 x_1 x_2^3$$

Chacun d'eux dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_1 et p_2 .

- Déterminez les fonctions de demande $x = \xi_1(p_1, p_2, R)$ et $x = \xi_2(p_1, p_2, R)$ de chacun de ces consommateurs.
- Comparez les fonctions de comportement calculées en **a)**. Que pouvez-vous conclure quant aux préférences de ces consommateurs ?
- Quelle est la fonction d'utilité indirecte du consommateur 2 ?
- Utilisez l'identité de Roy pour retrouver les fonctions de demande du consommateur 2 à partir de la fonction d'utilité indirecte calculée en **c)**.
- Pour le consommateur 2, à quoi correspond le prix relatif personnel du bien x_1 exprimé en terme du bien x_2 ? Calculez les prix relatifs personnels dans les cas particuliers où il posséderait initialement les paniers de biens suivants :

$$(x_1, x_2) = (5, 5)$$

$$(x_1, x_2) = (8, 2)$$

- Toujours pour le consommateur 2, quelles sont les quantités d'équilibre des deux biens (x et x) si $R = 45$, $p_1 = 3$ et $p_2 = 5$?
- L'équilibre trouvé en **f)** respecte-t-il la condition d'équilibre TMS= $-p_1/p_2$?
- Trouvez K , la matrice de Slutsky, associée à la fonction de comportement du consommateur 2.

i) La matrice \mathbf{K} obtenue en h) satisfait-elle aux propriétés suivantes:

- 1) symétrie : $\mathbf{K} \equiv \mathbf{K}'$
- 2) homogénéité : $\mathbf{K}\mathbf{p} \equiv \mathbf{0}$

Donnez l'interprétation économique de chacune de ces propriétés.

- j) Les biens x_1 et x_2 sont-ils complémentaires ou substitués ? Ce résultat vous surprend-t-il ?
- k) Expliquez pourquoi les éléments de la diagonale sont négatifs. Quel renseignement cette propriété fournit-elle à propos des demandes compensées des deux biens ?

QUESTION 8

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité $u = 6x_1x_2$. Il dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_1 et p_2 .

- a) Trouvez les fonctions de demande Hicksiennes $\hat{x}_1 = h_1(p_1, p_2, \bar{u})$ et $\hat{x}_2 = h_2(p_1, p_2, \bar{u})$.
- b) Trouvez la fonction de dépense $e(p_1, p_2, \bar{u})$. Que signifie-t-elle ?
- c) Montrez que la fonction de dépense est homogène de degré 1 dans les prix.
- d) Utilisez le lemme de Shephard pour retrouver les fonctions de demande compensée.
- e) Quel sera l'équilibre du consommateur (x, y) , si $R = 40$ \$, $p_1 = 4$ \$ et $p_2 = 6$ \$?
- f) Si p_1 passe à 5 \$ alors que p_2 et R restent constants, comment le niveau de satisfaction du consommateur est-il modifié ? Quel est son nouveau choix optimal ? Que représente le passage de e) à f) ? Illustrez graphiquement le passage de e) à f) en notant les nouvelles valeurs prises par x_1 et x_2 (x, x) .
- g) Partant de la situation d'équilibre trouvée en e), comment le choix du consommateur serait-il modifié si p_1 passait à 5 \$, en supposant que son niveau d'utilité reste le même ? Quel revenu permettrait au consommateur de garder le même niveau d'utilité ? Que représente le passage de e) à g) ? Illustrez graphiquement le passage de e) à g), en notant les nouvelles valeurs prises par x_1 et x_2 (x, x) .) Donnez l'interprétation économique de chacune de ces propriétés.
- j) Les biens x_1 et x_2 sont-ils complémentaires ou substitués ? Ce résultat vous surprend-t-il ?

QUESTION 9

Soit trois consommateurs ayant les fonctions d'utilité suivantes :

$$u_1(x_1, x_2) = 4x_1 x_2^2$$

$$u_2(x_1, x_2) = 2x_1^{1/2} x_2$$

$$u_3(x_1, x_2) = \frac{1}{3} x_1^3 x_2$$

Chacun d'eux dispose d'un revenu R et fait face aux prix p_1 et p_2 .

- Si les consommateurs maximisent leur utilité sous contrainte, quelles seront leurs fonctions de demande respectives?
- Comparez les fonctions de comportement calculées en **a)**. Que remarquez-vous et comment l'expliquez-vous?
- Pour le consommateur 3, quel est le prix relatif personnel du bien x_1 exprimé en terme du bien x_2 ? À quoi cela correspond-il? Calculez les prix relatifs personnels dans les cas particuliers où il posséderait initialement les paniers de biens suivants :

$$(x_1, x_2) = (1, 6)$$

$$(x_1, x_2) = (3, 3)$$

$$(x_1, x_2) = (6, 2)$$

Illustrez graphiquement

QUESTION 10

Soit deux consommateurs ayant les fonctions d'utilité suivantes :

$$u_1(x_1, x_2) = \frac{x_1 x_2}{100}$$

$$u_2(x_1, x_2) = 1\,000 x_1^2 x_2^2$$

- a)** Si ces consommateurs maximisent leur utilité en tenant compte de leur contrainte budgétaire, quelles seront leurs fonctions de demande respectives ?
- b)** À partir des fonctions de comportement calculées en **a)**, que pouvez-vous conclure quant aux préférences de ces deux consommateurs ?
- c)** Pour le consommateur 2, quel est le prix personnel du bien 1 exprimé en terme du bien 2 ? À quoi cela correspond-il ? Calculez ce prix relatif personnel pour les quatre paniers de biens suivants :

$$(x_1^0, x_2^0) = (2, 8) \quad (x_1^1, x_2^1) = (4, 4), \quad (x_1^2, x_2^2) = (6, 6), \quad \text{et} \quad (x_1^3, x_2^3) = (16, 1).$$

Illustrez sur un même graphique.

QUESTION 11

Les préférences de Marianne sont représentées par la fonction d'utilité

$$u(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 .$$

- a) Calculez, si possible, les fonctions de demande de Marianne.
- b) Illustrez graphiquement son choix optimal.

Note : Avant de résoudre ce problème, il pourrait s'avérer utile d'appliquer une transformation monotone croissante à la fonction u .

QUESTION 12

Les préférences de Philippe sont représentées par la fonction d'utilité

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3 .$$

- a) Lorsque Philippe consomme le meilleur panier qu'il puisse obtenir, quelle part de son revenu consacre-t-il à la dépense du bien 1 ?
- b) Des membres de la famille de Philippe ont des fonctions d'utilité similaires mais dont les exposants sont différents ou dont les utilités sont multipliées par des constantes positives. Si un parent de Philippe a comme fonction d'utilité $u(x, y) = cx^a y^b$, où c , a et b sont des nombres positifs, quelle fraction de son revenu ce proche parent de Philippe dépensera-t-il en bien 1 ?

QUESTION 13

Camille se nourrit de pommes et de bananes. Sa fonction d'utilité est

$$u(x, y) = x y$$

où x et y représentent, respectivement, la quantité de pommes et de bananes qu'il consomme. Le prix des pommes est 1\$, le prix des bananes est 2 \$ et son revenu est 40 \$ par jour. Le prix des bananes tombe soudainement à 1 \$.

- a) Avant le changement de prix, combien de pommes et de bananes Camille consomme-t-il par jour ? Faites un graphique. Représentez en noir la droite de budget de Camille et indiquez par A le point correspondant au panier de consommation choisi.
- b) Si, après le changement de prix, le revenu de Camille avait changé de façon à ce qu'il puisse se procurer un panier de consommation qui laisse son niveau de satisfaction inchangé, quel devrait être son nouveau revenu ? Avec ce nouveau revenu, quelles quantités de pommes et de bananes Camille devrait-il consommer ? Représentez, en rouge et sur le même graphique, la droite de budget correspondant à ce revenu et ces prix, et indiquez par B le point correspondant au panier que Camille consommerait à ce nouveau revenu et à ces prix.
- c) L'effet de substitution lié à la baisse du prix des bananes le conduit-il à consommer moins ou plus de bananes ? Combien en plus ou en moins ?
- d) Après le changement de prix, combien de pommes et de bananes Camille achète-t-il en réalité ? Représentez en bleu la véritable droite de budget de Camille après le changement de prix et indiquez par C le panier de biens qu'il consomme réellement. Indiquez également l'effet de revenu, l'effet de substitution et l'effet-prix total de la demande de bananes.
- e) L'effet de revenu lié à la baisse du prix des bananes sur la demande de bananes de Camille est-il équivalent à une augmentation ou à une diminution de son revenu ? Quel est le montant de cette variation par jour ? L'effet de revenu le conduit-il à consommer plus ou moins de bananes ? Combien en plus ou en moins ? Quel type de bien sont les bananes ?
- f) À cause de l'effet de substitution lié à la baisse du prix des bananes, Camille consomme-t-il plus ou moins de pommes ? Combien en plus ou en moins ? À cause de l'effet de revenu lié à la baisse du prix des bananes, Camille consomme-t-il plus ou moins de pommes ? Quel est l'effet total du changement de prix des bananes sur la demande de pommes ?

QUESTION 14

Les préférences d'un consommateur sont données par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x, y, z) = (x + 2) y z$$

où x , y , z représentent, respectivement, les quantités consommées de chacun des 3 biens. Les prix des biens sont respectivement p_x , p_y et p_z et le consommateur dispose d'un revenu R .

a) Trouvez les fonctions de demande Marshallienne

$$x^* = f_x(p_x, p_y, p_z, R)$$

$$y^* = f_y(p_x, p_y, p_z, R)$$

$$z^* = f_z(p_x, p_y, p_z, R)$$

b) Calculez la matrice de Slutsky.

c) La matrice de Slutsky vérifie-t-elle les deux propriétés suivantes :

i) symétrie

ii) homogénéité

Donnez l'interprétation économique de chacune de ces propriétés.

d) Les biens x et y , x et z , et y et z sont-ils substitués ou complémentaires ? Pourquoi ?

e) Les éléments de la diagonale sont-ils tous négatifs ? Si oui, expliquez pourquoi.

f) Quelle est la fonction d'utilité indirecte de ce consommateur ?

QUESTION 15

Vous planifiez de faire un voyage autour du monde. L'utilité que vous retirez de votre voyage est fonction du montant que vous dépensez R et donnée par

$$u(R) = \log R$$

Vous disposez de 10 000 \$ pour ce voyage. Ainsi, si vous dépensez tout votre argent, votre utilité sera

$$u(10\ 000) = \log 10\ 000 = 4 \quad (\text{log en base } 10)$$

- a) Si la probabilité que vous perdiez 1 000 \$ pendant ce voyage est égale à 25 %, quelle est l'espérance mathématique de l'utilité (utilité «attendue» ou «espérée») de votre voyage?
- b) Supposons que vous pouvez acheter une assurance contre ce malheur dont la prime coûte 250 \$. Montrez que votre utilité sera plus grande si vous achetez cette assurance que si vous prenez le risque de perdre 1 000 \$.
Votre solution doit présenter des calculs et un graphique.
- c) Quel est le montant maximum que vous seriez prêt à payer pour cette assurance?

QUESTION 16

Un consommateur envisage d'assurer, contre le feu, sa propriété évaluée à 90 000\$. Il estime à 0.145 la probabilité que celle-ci soit détruite par un sinistre et, dans une telle éventualité, sa richesse se limiterait alors à la valeur du terrain, soit 10 000\$.

Soit E_1 : la propriété est incendiée; et
 E_2 : la propriété n'est pas incendiée.

- a) Quelle est la richesse espérée ($E[W]_{SA}$) du consommateur s'il ne possède pas d'assurance?
- b) Quelle est l'utilité espérée ($E[u(W)]_{SA}$) du consommateur s'il ne possède pas d'assurance?
- c) Une compagnie d'assurance offre au consommateur une assurance incendie complète (elle s'engage à rembourser la totalité des dommages $W_2 - W_1$) contre le paiement d'une prime de 15 000 \$. Acceptera-t-il l'offre de la compagnie d'assurance? (Montrez, calculs à l'appui, si l'utilité du consommateur sera inférieure ou supérieure à son utilité dans la situation sans assurance.)
- d) Quelle est la prime maximale que le consommateur serait prêt à payer?

QUESTION 17

Soit une économie dont l'horizon temporel est réduit à deux périodes : la période courante $t=0$ et la période future $t=1$. Un consommateur dont la fonction d'utilité intertemporelle est $u = C_0^{1/3} C_1^{1/4}$, dispose d'un revenu courant $R_0 = 60\$$ et d'un revenu futur $R_1 = 50\$$.

- a) Quel taux d'intérêt ferait en sorte que ce consommateur ne détienne aucun actif financier ?
- b) Si toutefois, sur les marchés financiers, le taux d'intérêt était de 5%, sans effectuer de calculs, dites quelle position ce consommateur devrait prendre sur les marchés financiers afin de s'ajuster ? Utilisez un graphique pour appuyer votre raisonnement.

QUESTION 18

Vous remportez la somme de 500\$ lors d'un jeu questionnaire. L'animateur vous propose de remettre ce montant en jeu contre 1 chance sur 3 de remporter un gros lot de 2500\$. Si votre fonction d'utilité de von Neumann-Morgenstern est $u = 6W^{2/3}$ (où W est votre richesse),

- a) Remettez vous le 500\$ en jeu ? (présentez les calculs appropriés).
- b) À partir de quel montant de gros lot changeriez-vous votre décision prise en a) ?