

SOLUTIONNAIRE - EXAMEN FINAL

QUESTION 1

Les affirmations suivantes sont-elles **VRAIES**, **FAUSSES** ou **INCERTAINES** ? Justifiez **brèvement** chacune de vos réponses.

- a) Un monopole ne produira jamais à un point sur sa courbe de demande où celle-ci est inélastique.

VRAI (preuve avec la formule du mark-up)

- b) Si un consommateur possède une fonction d'utilité de la forme $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, et qu'il fait face aux prix $p_1 = 2$ et $p_2 = 1$, alors il devra consommer $x_1 = x_2$ pour maximiser son utilité.

FAUX $x_1^* = 0$, $x_2^* = R$

- c) La concavité ou la convexité de la fonction d'utilité espérée permet de décrire l'attitude du consommateur à l'égard du risque.

VRAI Si la fonction d'utilité est concave, le consommateur est averse au risque, i.e. l'utilité espérée sera plus petite que l'utilité de l'espérance.

- d) Lorsque la technologie d'une entreprise est à rendements constants à l'échelle, les coûts moyens de production sont constants, pour tout niveau d'output du produit.

VRAI On peut exprimer $CT = y CM$, alors $CM = \frac{y CM}{y} = CM$

- e) Il est possible qu'une technologie possède simultanément des rendements constants à l'échelle et des productivités marginales décroissantes pour chacun de ses facteurs.

VRAI (Il faut distinguer le long terme du court terme).

QUESTION 2

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité :

$$u = x_1^{1/5} x_2^{4/5}$$

où x_1 et x_2 sont respectivement les quantités consommées des biens 1 et 2. Ce consommateur consacre son revenu R à l'achat de ces deux biens dont les prix unitaires sont respectivement p_1 et p_2 .

- a) Quelles sont les fonctions de demande ($x_1(p_1, p_2, R)$, $x_2(p_1, p_2, R)$) de ce consommateur ?

$$x_1^* = \frac{R}{5p_1} \quad x_2^* = \frac{4R}{5p_2}$$

- b) La théorie du consommateur prédit que les fonctions de demande, loin d'être arbitraires, respectent certaines propriétés. Énoncez **deux** de ces propriétés et donnez leur interprétation économique.

1. Symétrie ; 2. Homogénéité ; 3. Additivité ; 4. K définie négative

- c) On annonce au consommateur une hausse du prix p_2 . Sachant que le bien 2 est normal, comment va-t-il ajuster sa consommation de ce bien ? Illustrez **graphiquement** en prenant soin de bien identifier et expliquer les différents ajustements qui ont lieu.

Effet total = Effet revenu + Effet substitution

- d) Si $R = 100$, $p_1 = 10$ et $p_2 = 5$, pour quelle valeur de \bar{u} les demandes compensées (hicksiennes) seront-elles égales (i.e. prendre les mêmes valeurs) à ses demandes classiques (marshalliennes) ?

$$x_1^* = \frac{100}{5 \cdot 10} = 2 \quad x_2^* = \frac{4 \cdot 100}{5 \cdot 5} = 16$$
$$\bar{u} = 2^{1/5} 16^{4/5} = 10.55$$

QUESTION 3

Supposons le duopole suivant. La firme 1 possède la fonction de coûts : $C_1(q_1) = 4q_1$ et la firme 2 possède la fonction de coûts : $C_2(q_2) = 0.4(q_2)^2$. Finalement, la fonction de demande du marché est :

$$Q = 200 - 2P$$

- a) Déterminez la solution de Cournot et calculez les profits de chaque firme.

$$q_1 \cong 79, \quad \pi_1 \cong 3140$$

$$q_2 \cong 34, \quad \pi_2 \cong 1017$$

- b) Si les deux firmes forment un cartel, déterminez les quantités d'équilibre et les profits de chaque firme.

$$p = 52, \quad q_1 = 91, \quad q_2 = 5$$

$$\pi_1 = 4368, \quad \pi_2 = 250$$

- c) Si la firme 1 agit en leader, déterminez la solution de Stackelberg et les profits de chaque firme.

$$q_1 \cong 95, \quad q_2 \cong 29$$

$$\pi_1 \cong 3222, \quad \pi_2 \cong 773$$

- d) Si vous étiez la firme 2, quelle stratégie devriez-vous prendre ?

Cournot, à moins de convaincre la firme 1 d'un partage des profits favorable en situation de cartel.

QUESTION 4

Soit la fonction de production suivante :

$$y = x_1 x_2^3$$

où $y > 0$ est la quantité d'output et $x_1, x_2 > 0$ sont les quantités d'input.

- a) Définissez les rendements croissants à l'échelle et montrez que cette fonction de production vérifie cette définition.

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^4 f(x_1, x_2)$$

- b) Déterminez les fonctions de demande conditionnelle des facteurs lorsque l'entreprise minimise ses coûts totaux.

$$x_1^* = y^{1/4} \left(\frac{p_2}{3p_1} \right)^{3/4}$$
$$x_2^* = y^{1/4} \left(\frac{3p_1}{p_2} \right)^{1/4}$$

- c) Démontrez que ces dernières sont homogènes de degré 0 dans les prix.

$$x_1^*(\lambda p_1, \lambda p_2) = x_1^*(p_1, p_2), \text{ etc.}$$

- d) Calculez les coûts totaux et montrez qu'ils sont homogènes de degré 1 dans les prix.

$$C(p_1, p_2, y) = (1.7548) y^{1/4} p_1^{1/4} p_2^{3/4}$$

QUESTION 5

Supposons que nous soyons dans une économie d'échange constituée de deux agents, a et b.

L'agent a possède la fonction d'utilité : $U^a(x^a) = \log x_1^a + 2\log x_2^a$

L'agent b possède la fonction d'utilité : $U^b(x^b) = 2\log x_1^b + \log x_2^b$

De plus les ressources initiales des deux agents sont respectivement (9,3) et (12,6).

- a) Énoncez les deux théorèmes du bien-être et interprétez-les.

équilibre de marché \Leftrightarrow équilibre Pareto

- b) Déterminez les demandes agrégées et excédentaires pour chaque bien.

$$\begin{aligned}x_{11} &= \frac{R}{3p_1} & x_{21} &= \frac{2R}{3p_1} \\x_{12} &= \frac{2R}{3p_2} & x_{22} &= \frac{R}{3p_2} \\x_1 &= x_{11} + x_{21} \\x_2 &= x_{12} + x_{22} \\e_1 &= x_1 - 21 \\e_2 &= x_2 - 9\end{aligned}$$

- c) Vérifiez la loi de Walras.

$$p'z \equiv 0$$

- d) Déterminez les prix d'équilibre de marché.

$$\frac{p_2}{p_1} = 2$$

- e) Déterminez l'ensemble des allocations optimales au sens de Pareto.

Il suffit de résoudre le problème du planificateur social.