

DEVOIR 2 : LA THÉORIE DU COMPORTEMENT DU CONSOMMATEUR

1. Le problème du consommateur et les propriétés des fonctions d'utilité (20 points)

Monsieur Brecht-Weill est d'une part amateur de théâtre et, d'autre part, fin mélomane. Au sein des sept arts, non seulement il préfère le théâtre et la musique, mais consomme particulièrement les pièces jouées sur les planches du *Théâtre de Quat'Sous* (x_1) et les concerts de musique classique présentés à la *Salle Pierre-Mercure* du *Centre Pierre-Péladeau* (x_2). Cette année — pour satisfaire sa consommation de biens culturels — il dispose d'un revenu égal à « R ». Aussi, les prix des pièces au *Théâtre de Quat'Sous* et des concerts à la *Salle Pierre-Mercure* sont respectivement « p_1 » et « p_2 ». Enfin, les préférences de M. Brecht-Weill sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u_1(x_1, x_2) = 64x_1^{1/4} x_2^4$$

- 1.a** Formulez le problème du consommateur auquel fait face M. Brecht-Weill **en mots** en étant certain d'identifier les contraintes. De plus, interpréter la solution d'équilibre.
- 1.b** Interprétez dans vos propres mots l'hypothèse selon laquelle la fonction d'utilité doit être strictement croissante. Donnez un exemple d'un bien économique qui ferait en sorte que la fonction d'utilité ne respecte pas cette hypothèse.
- 1.c** En tenant compte des contraintes auxquelles est soumis M. Brecht-Weill et dans la mesure où il maximise son utilité, quelles sont les demandes classiques de ce consommateur ?
- 1.d** Lors d'un concert à la *Salle Pierre-Mercure* où l'on présentait *The Rise and Fall of the City of Mahagonny*, une **amie** de M. Brecht-Weill affirme : « il est évident que si on nous imposait l'achat de 4 pièces de théâtre (x_1) et 8 concert classique (x_2), je retirerais une plus grande utilité que toi ! ». Commentez brièvement cette affirmation en considérant que les préférences de cette amie sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u_2(x_1, x_2) = \frac{2}{5} \ln x_1 + \frac{3}{5} \ln x_2$$

- 1.e** Quel est le taux marginal de substitution du bien 1 par rapport au bien 2 de l'**amie** de M. Brecht-Weill ? Expliquez pourquoi ce taux est négatif.

2. La matrice de Slutsky et les propriétés des fonctions de demande (20 points)

- 2.a** Grâce aux données du numéro 1, calculez la matrice de Slutsky associée aux fonctions de demande de **M. Brecht-Weill**.
- 2.b** Vérifiez la symétrie de la matrice **2.a** et donnez une interprétation de cette symétrie.
- 2.c** Commentez et vérifiez l'affirmation suivante : *le consommateur (en l'occurrence M. Brecht-Weill) ne souffre pas d'illusion monétaire !*
- 2.d** Si le revenu de M. Brecht-Weill augmentait d'un \$, quelle serait la partie (en %) dépensée pour les pièces de théâtre présentées au *Théâtre de Quat'Sous* et quelle serait la partie dépensée pour les concerts de musique classique ? Les résultats trouvés vous semblent-ils cohérents ?
- 2.e** Les termes de la diagonale de K, calculée en **2.a**, sont-ils négatifs ou positifs ? Quelle est l'interprétation économique du signe des termes de la diagonale de K ?

3. M. Brecht-Weill (suite) (20 points)

- 3.a** Une place au *Théâtre de Quat'Sous* coûte 30 \$ et un billet pour un concert à la *Salle Pierre-Mercure* coûte également 40 \$. M. Brecht-Weill dispose d'un budget de 510 \$ par année pour consommer ses biens culturels. Étant donné les prix respectifs des billets de théâtre et des concerts, déterminez la consommation annuelle en biens culturels de M. Brecht-Weill. Avec cette consommation annuelle, quelle est l'utilité maximale qu'il peut atteindre ?
- 3.b** À l'équilibre, quel est le prix personnel de M. Brecht-Weill pour une pièce de théâtre au *Théâtre de Quat'Sous* exprimée en termes d'un concert à la *Salle Pierre-Mercure*? Interprétez la valeur trouvée.
- 3.c** Illustrez graphiquement les résultats des numéros **3.a** et **3.b**.
- 3.d** La solution trouvée en **3.a** satisfait-elle les conditions d'équilibre ? Expliquez à l'aide du graphique **3.c**.
- 3.e** À l'équilibre, quelle est la valeur et l'interprétation économique du multiplicateur de Lagrange ?

4. La dualité et la théorie du consommateur

(20 points)

- 4.a** Après avoir trouvé la fonction d'utilité indirecte de M. Brecht-Weill, expliquez ce que cette dernière mesure.
- 4.b** Trouvez les fonctions de demande classique de M. Brecht-Weill en utilisant l'identité de Roy.
- 4.c** Formulez le problème dual du consommateur et trouvez les fonctions de demande hicksienne pour les places au *Théâtre de Quat'Sous* et celles à la *Salle Pierre-Mercure*.
- 4.d** Après avoir trouvé la fonction de dépense de M. Brecht-Weill, expliquez ce que cette dernière mesure.
- 4.e** À partir du Lemme de Shephard, trouvez les fonctions de demande hicksienne de M. Brecht-Weill pour les billets de théâtre et les billets de concert de musique classique.
- 4.f** À partir des données disponibles au numéro 3, mais à l'aide des fonctions de demande hicksienne trouvées en 4.c, trouvez le plan de consommation optimal lié au problème dual.
- 4.h** En quoi les demandes classiques sont-elles différentes des demandes hicksiennes ?

5. M. Brecht-Weill et Gustav Klimt

(20 points)

M. Brecht-Weill apprécie également l'art visuel. Lorsqu'il consacre une journée à ce type d'art, il va soit au *Musée d'art contemporain de Montréal*, soit dans une petite galerie d'art du boulevard Saint-Laurent. À cet égard, les préférences de M. Brecht-Weill sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/3}$$

Lorsqu'il passe une journée au musée, M. Brecht-Weill en profite toujours pour acheter le livre d'art qui accompagne l'exposition. Son passage à la galerie lui coûte plus cher, car il achète systématiquement une petite œuvre d'un peintre qui jusqu'alors, lui était inconnu. Par ailleurs, lorsqu'il consomme ce type d'art, il consacre un budget de 900 \$.

Prix des activités

<i>Passage à la galerie — petite œuvre (x_1)</i>	540 \$
<i>Journée au musée — billet et livre de l'exposition (x_2)</i>	72 \$

- 5.a** Trouvez les fonctions de demande classique pour le bien 1 (passage à la galerie) et le bien 2 (journée au musée).

- 5.b** En tenant compte des contraintes auxquelles est soumis le consommateur et dans la mesure où il maximise son utilité, quelles sont les quantités de passage à la galerie (x_1) et de journée au musée (x_2) qu'il consomme ?
- 5.c** Quel est le niveau de satisfaction atteint par le consommateur ?
- 5.d** Illustrez graphiquement les résultats des numéros **5.b** et **5.c** en prenant soin d'indiquer le panier de bien optimal par A.
- 5.e** Certaines années — lorsque les artistes peintre de la galerie du boulevard Saint-Laurent sont peu en demande — il arrive que les propriétaires décident de diminuer le prix des œuvres. Si les œuvres étaient vendues 270 \$ au lieu du prix initial, comment le consommateur modifierait-il sa consommation d'art visuel ? Illustrez sur le graphique **5.d**, en indiquant par B la nouvelle consommation de M. Brecht-Weill.
- 5.f** Cette année, malgré la diminution des prix proposée en **5.e**, M. Brecht-Weill veut conserver un niveau de satisfaction similaire à celui qu'il aurait atteint avec les prix initiaux. Quelles sont les quantités du nouveau plan de consommation. Illustrez sur le graphique **5.d** en indiquant par C cette nouvelle consommation.
- 5.g** Enfin, expliquez en mots le passage de A à B en prenant soin de bien expliquer les deux effets ressentis par le consommateur.