

COURS N°11 : ÉVALUATION DES OBLIGATIONS AVEC CLAUSES OPTIONNELLES

- MODÈLE D'ÉVALUATION DES OBLIGATIONS AVEC CLAUSES OPTIONNELLES
- ÉVALUATION DES OBLIGATIONS CONVERTIBLES
- DURATION DES OBLIGATIONS RACHETABLES ET DES OBLIGATIONS CONVERTIBLES

1) MODÈLE D'ÉVALUATION DES OBLIGATIONS AVEC CLAUSES OPTIONNELLES : LE CAS D'UNE OBLIGATION RAPPELABLE (RACHETABLE) AU GRÉ DE L'ÉMETTEUR

Le modèle que nous allons examiner ici est le modèle binomial. Il s'agit d'utiliser ce modèle pour :

- Trouver l'arbre des taux d'intérêt jusqu'à la date d'échéance de l'obligation
- Évaluer l'obligation sans tenir compte de l'option de rachat
- Évaluer l'option de rachat détenue par l'émetteur
- Trouver la valeur de l'obligation rachetable en appliquant la formule suivante :

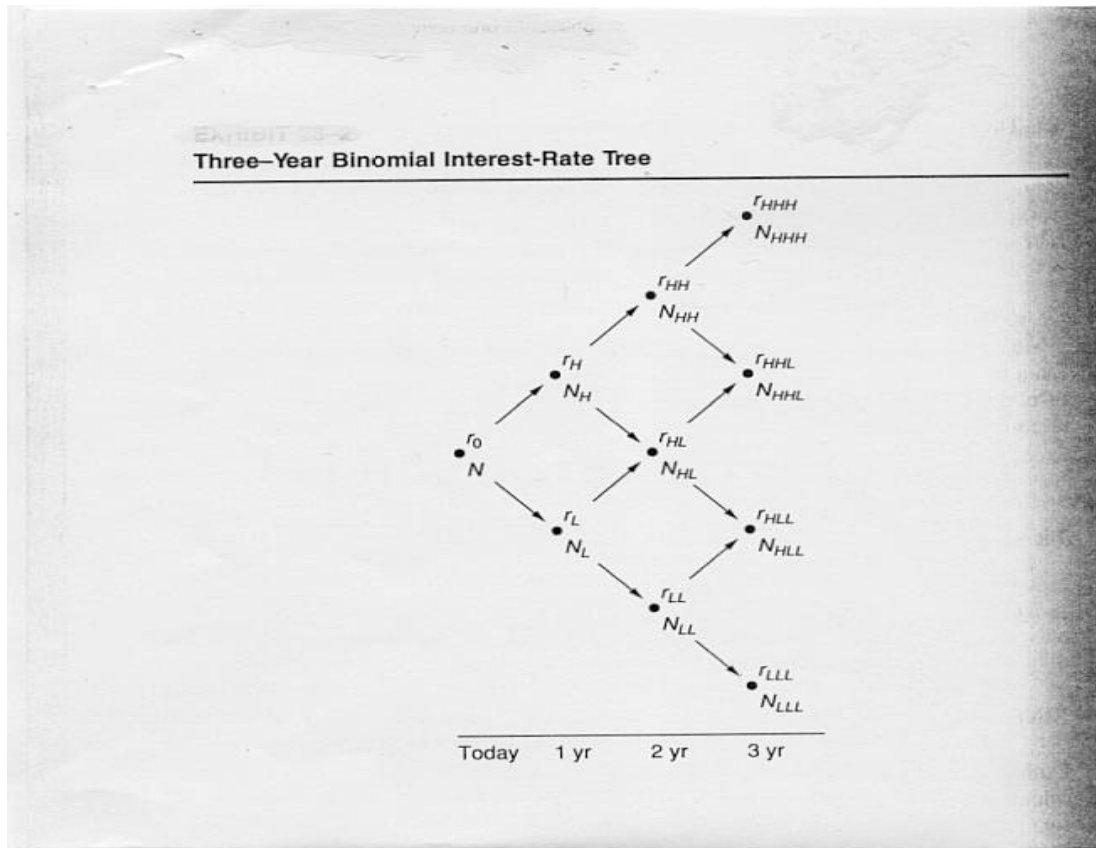
Valeur de l'obligation rachetable = Valeur de l'obligation sans option de rachat

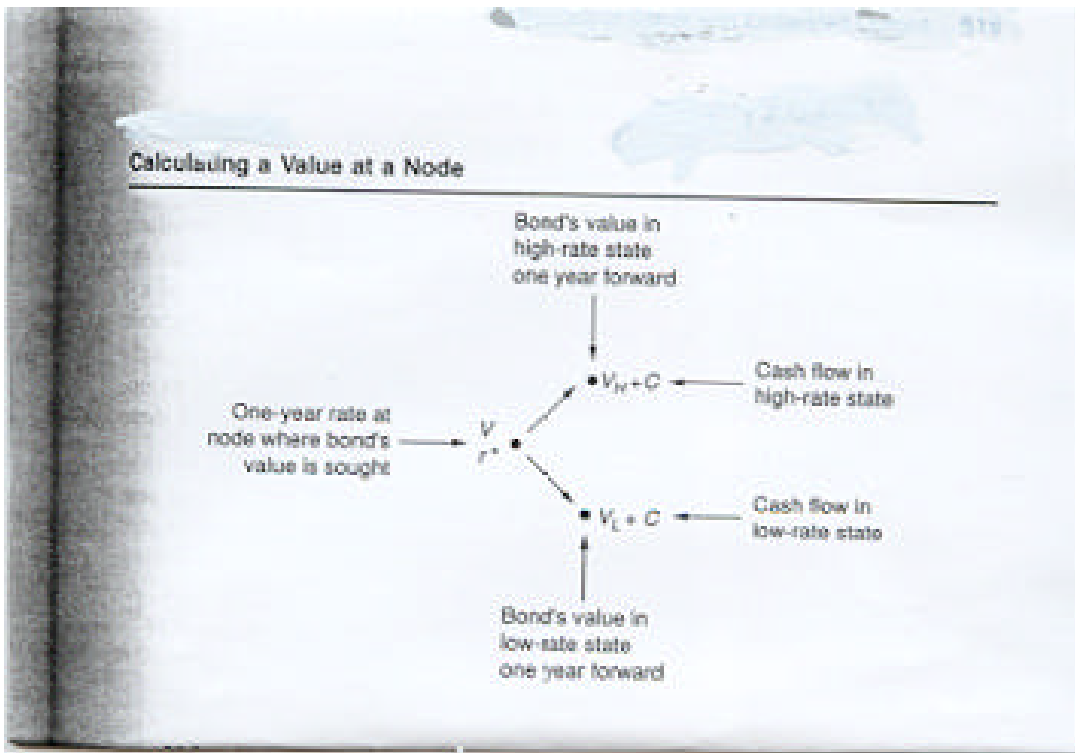
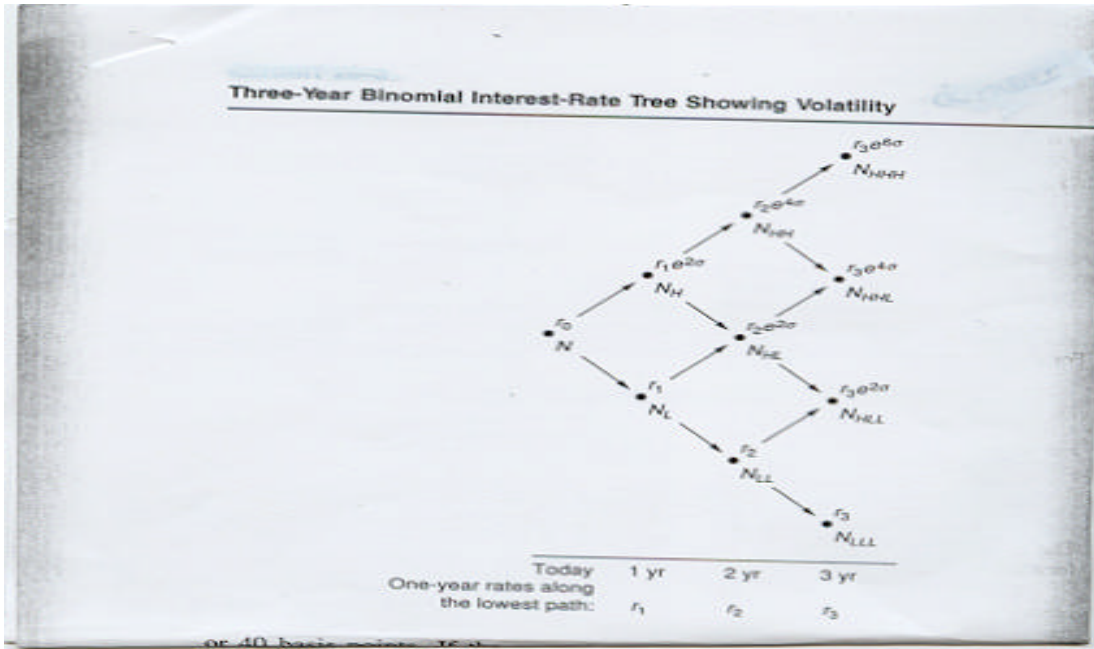
-

Valeur de l'option de rachat

Interprétation : La valeur de l'option de rachat est soustraite au prix de l'obligation ordinaire (sans option de rachat) car cette option est détenue par l'émetteur et expose ainsi l'acheteur au risque de rachat prématuré (avant l'échéance de l'obligation).

Illustration :





N_i : nœud i de l'arbre binomial

σ : La volatilité du taux d'intérêt pour une période

r_H : taux d'intérêt d'une période à $t=1$, en cas de hausse

r_L : taux d'intérêt d'une période à $t=1$, en cas de baisse

r_{HH} : taux d'intérêt d'une période à $t=2$, en cas de 2 hausses successives

r_{LL} : taux d'intérêt d'une période à $t=2$, en cas de 2 baisses successives

$r_{HL}=r_{LH}$: taux d'intérêt d'une période à $t=2$, en cas d'une hausse et une baisse successives

Les relations suivantes doivent être vérifiées pour appliquer le modèle :

- $r_H = r_L \times e^{2\sigma}$
- $r_{HH} = r_{LL} \times e^{4\sigma}$
- $r_{HL} = r_{LL} \times e^{2\sigma}$

V_H : Valeur de l'obligation standard à $t=1$, si r_H s'est réalisé

V_L : Valeur de l'obligation standard à $t=1$, si r_L s'est réalisé

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{V_H + C}{1 + r^*} + \frac{V_L + C}{1 + r^*} \right)$$

2) ÉVALUATION DES OBLIGATIONS CONVERTIBLES

La valeur marchande d'une obligation convertible est calculée comme suit :

Max (val de conversion, val en tant qu'obligation standard) + prime de temps

- Valeur de conversion = prix du marché de l'action ordinaire \times RC ;
 - Valeur de l'obligation standard = valeur actuelle des coupons et valeur nominale à l'échéance ;
- Les coupons des obligations convertibles sont toujours plus faibles que ceux des obligations standards comparables.

- Pour l'actualisation, on utiliserait le TRE d'une obligation standard comparable de même émetteur et dont la liquidité est grande.

• Prime de temps = valeur liée au fait que l'action ordinaire a le temps de s'apprécier, rendant la conversion plus avantageuse. Plus il reste de temps, plus la probabilité que l'action s'apprécie et que la conversion soit rentable est grande, plus la prime de temps est élevée.

L'évaluation des obligations convertibles peut se faire aussi par la méthode de l'arbre binomial, de la même manière que l'obligation rachetable. Il s'agit simplement de :

- Trouver l'arbre des taux d'intérêt
- Trouver le prix d'une obligation ordinaire (sans obligation de conversion) par la méthode binomiale
- Évaluer l'option de conversion par la méthode binomiale
- Ajouter la valeur de l'option à celle de l'obligation ordinaire comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Valeur obligation convertible} &= \text{Valeur obligation sans option de conversion} \\ &+ \\ &\text{Valeur de l'option de conversion} \end{aligned}$$

Interprétation : étant donnée que l'option bénéficie à l'acheteur et soumet le vendeur à un risque supplémentaire, sa valeur vient s'ajouter au prix de l'obligation ordinaire (contrairement au cas de l'obligation rachetable).

3) DURATION DES OBLIGATIONS RACHETABLES ET DES OBLIGATIONS CONVERTIBLES

Les mesures de duration exposées dans le cas des obligations standards ne sont pas adaptées dans le cas des obligations avec options implicites telles que les obligations rachetables et convertibles. Une mesure plus adéquate de la sensibilité de ces dernières peut se faire à l'aide de la duration effective.

La duration effective se calcule suite à une variation de la courbe des taux d'intérêt comme

suit :

- ΔY : la variation de la courbe des taux
- P : prix de l'obligation avec option et incluant les intérêts courus
- P_- : prix de l'obligation après une diminution des taux d'intérêt de ΔY
- P_+ : prix de l'obligation après une augmentation des taux d'intérêt de ΔY

$$\text{Duration effective} = \frac{(P_- - P_+)}{2 \times P \times \Delta Y}$$

Remarque : Les prix P_- et P_+ sont calculés par la méthode de l'arbre binomial que nous avons déjà exposé.