

# ***COURS N°10 : STRUCTURE À TERME DES TAUX D'INTÉRÊT***

- COURBE DES TAUX AU COMPTANT ET DES TAUX À TERME
- THÉORIES SUR LA STRUCTURE DES TAUX
- LES TECHNIQUES DE CONSTRUCTION DE LA STRUCTURE À TERME DES TAUX D'INTÉRÊT
- LES RISQUES ASSOCIÉS À L'ÉVOLUTION DE LA COURBE DES TAUX D'INTÉRÊT
- STRATÉGIES DE PLACEMENT FONDÉES SUR LES ÉCARTS DE TAUX DE RENDEMENT À L'ÉCHÉANCE

## ***1) COURBE DES TAUX AU COMPTANT ET DES TAUX À TERME***

### ***1.1- LA COURBE DES TAUX AU COMPTANT***

La structure des rendements selon l'échéance est obtenue en représentant dans un espace échéance / rendement des obligations ayant les mêmes caractéristiques (même émetteur et donc même risque de défaut, même taux de coupons, même clauses ...) sauf en ce qui a trait à leur échéance.

Il y a peu d'obligations qui répondent à ces exigences. Au Canada, on utilise les obligations du gouvernement fédéral (parce qu'il y en a plusieurs qui diffèrent en ce qui concerne l'échéance).

Mais, malheureusement les coupons aussi diffèrent ; on essaie ainsi d'utiliser les obligations dont les coupons ne sont pas trop différents les uns des autres.

En pratique, la construction est plus compliquée, il faut utiliser les obligations zéro-coupon.  
Que représente cette courbe ou cette structure ?

Prenons juste deux obligations A et B supposées sans coupon et arrivant à échéance dans 1 an et 2 ans respectivement :

$$Y_A = 6\% \text{ et } Y_B = 7\%$$

Vous avez le choix entre acheter A puis dans un an, acheter une nouvelle obligation à qui il ne restera qu'un an avant l'échéance ou acheter B et la conserver pour les deux ans.

Qu'est ce qui va déterminer votre choix ?

C'est le rendement anticipé pour un an qui va prévaloir l'année prochaine.

Soit  $R_t$  le taux de rendement sur un titre qui sera émis dans  $t-1$  périodes et qui viendra à échéance 1 an plus tard, i.e à la fin de la période  $n$ .

Les  $R_t, t=1,2, \dots, n$  sont des taux pour 1 an (taux comptant futur).  $R_1$  c'est le taux de rendement sur un titre échéant dans 1 an.

Exemple:

- Le taux pour un an dans un an :  $R_1 = 3.5\%$
- Le taux pour un an dans deux ans :  $R_2 = 5\%$
- Le taux pour un an dans trois ans :  $R_3 = 6\%$
- Le taux pour un an dans quatre ans :  $R_4 = 6\%$
- $Y_n$  : le taux de rendement observé aujourd'hui sur un titre échéant dans  $n$  périodes.

Supposons que vous disposez de 1000\$ que vous désirez placer pour 2 ans

• Vous pourriez le placer pour deux ans au taux  $Y_2$ ,  
 $\Rightarrow 1000 \% (1+Y_2)^2$

• Vous pourriez le placer pour 1 an aujourd'hui, puis renouveler votre placement après 1 an,  
 $\Rightarrow 1000 \% (1+R_1) \% (1+R_2)$  où  $R_1 = Y_1$

Pour que vous soyez indifférent entre placer à court terme pour renouveler après et placer à long terme, il faut que :

$$(1+Y_n)^n = (1+R_1) \% (1+R_2) \dots\dots\dots \% (1+R_n)$$

$$(1+Y_n)^n = [\prod_{t=1}^n (1+R_t)]^{1/n}$$

Le taux d'intérêt à long terme  $Y_n$  doit correspondre à la moyenne géométrique des taux d'intérêt à court terme futur anticipés (taux comptant futur).

De la première expression, on peut obtenir le taux à court terme (d'un an) anticipé pour une période donnée :

$$(1+R_n) = \frac{(1+Y_n)^n}{(1+Y_{n-1})^{n-1}}$$

Les  $R_t$  sont appelés des taux comptant futurs. Ils ne sont pas connus, on n'a que des anticipations quant à leur niveau. Les  $Y_t$  sont des taux comptant ou spot.

### ***1.2- LA COURBE DES TAUX À TERME ( LES TAUX FORWARD )***

Personne ne connaît aujourd'hui les taux comptant futurs i.e, les  $R_t$  ; par conséquent, la relation entre le taux à long terme et ceux à court terme anticipés doit être réécrite où les  $R_t$ , inconnus, sont remplacés par ce qu'on appelle les taux forward ou à terme ( $F_t$ ) ; les taux implicites que le marché estime qu'ils vont prévaloir dans le futur. Par conséquent, la relation devient :

$$(1+Y_n)^n = (1+R_1) \% (1+F_2) \% (1+F_3) \% \dots \% (1+F_n)$$

$$(1+F_n) = \frac{(1+Y_n)^n}{(1+Y_{n-1})^{n-1}}$$

Le taux forward d'une année est donc le taux d'intérêt implicite que le rendement d'un

placement de n périodes est égal à celui d'un placement de (n-1) périodes réinvestis pour une année dans les nouvelles obligations.

## ***2) THÉORIES SUR LA STRUCTURE DES TAUX***

### ***2.1- L'HYPOTHÈSE DES ANTICIPATIONS***

On suppose que les taux de rendement à l'échéance reflètent les anticipations des investisseurs quant aux taux au comptant futurs, et donc :

$$(1+Y_n)^n = (1+R_1) \times [(1+E(R_2))] \times \dots \times [(1+E(R_n))]$$

Cette théorie suppose que la structure d'intérêt peut avoir n'importe quelle forme.

### ***2.2- LA THÉORIE DES PRIMES DE LIQUIDITÉ***

On suppose que le risque augmente avec l'échéance, et donc pour compenser ce risque, les investisseurs demandent une prime de liquidité. Si on appelle  $F_n$ , le taux forward pour un an dans n ans, on doit donc observer  $F_n > E(R_n)$ .

Cette théorie suppose que la structure d'intérêt est ascendante.

### ***2.3- LA THÉORIE DE LA SEGMENTATION DE MARCHÉ***

On suppose que le marché des obligations est en fait segmenté en plusieurs sous-marchés selon l'échéance des obligations, et que ces marchés trouvent leur équilibre indépendamment.

### ***2.4- LA THÉORIE DES HABITATS PRÉFÉRÉS***

C'est une variante de la théorie précédente. On suppose que chaque agent dans le marché des obligations préfère un intervalle d'échéance donné. Toutefois, si les gains sont suffisants,

l'agent sera incité à changer ou à élargir son "habitat".

Quelle est la bonne théorie ?

Probablement un ensemble des quatre théories, ou encore une théorie est bonne de temps en temps, mais pas toujours. Il ne faut pas oublier l'incidence de l'inflation pour expliquer le comportement des taux d'intérêt. L'inflation (anticipée) est probablement le facteur le plus important dans la détermination des taux d'intérêt. Vient ensuite sans doute l'aversion au risque.

### ***3) LES TECHNIQUES DE CONSTRUCTION DE LA STRUCTURE À TERME DES TAUX D'INTÉRÊT***

#### ***3.1- LA MÉTHODE DU BOODSTRAP***

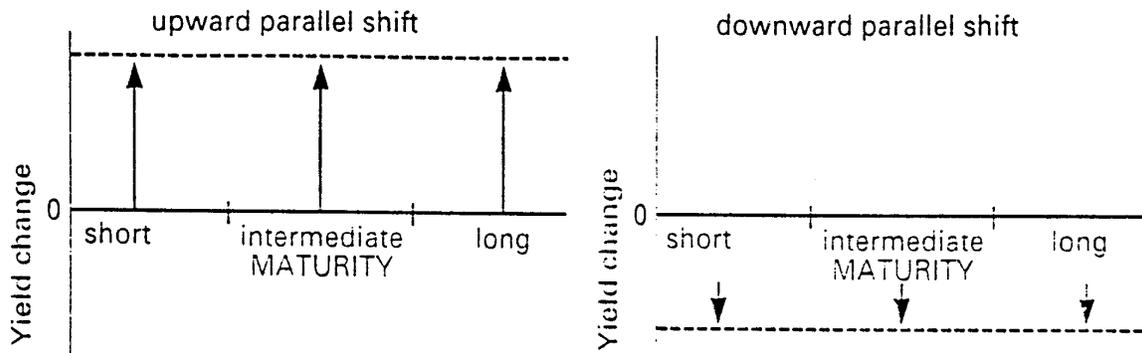
#### ***3.2- LA MÉTHODE D'INTERPOLATION LINÉAIRE***

### ***4) LES RISQUES ASSOCIÉS À L'ÉVOLUTION DE LA COURBE DES TAUX D'INTÉRÊT***

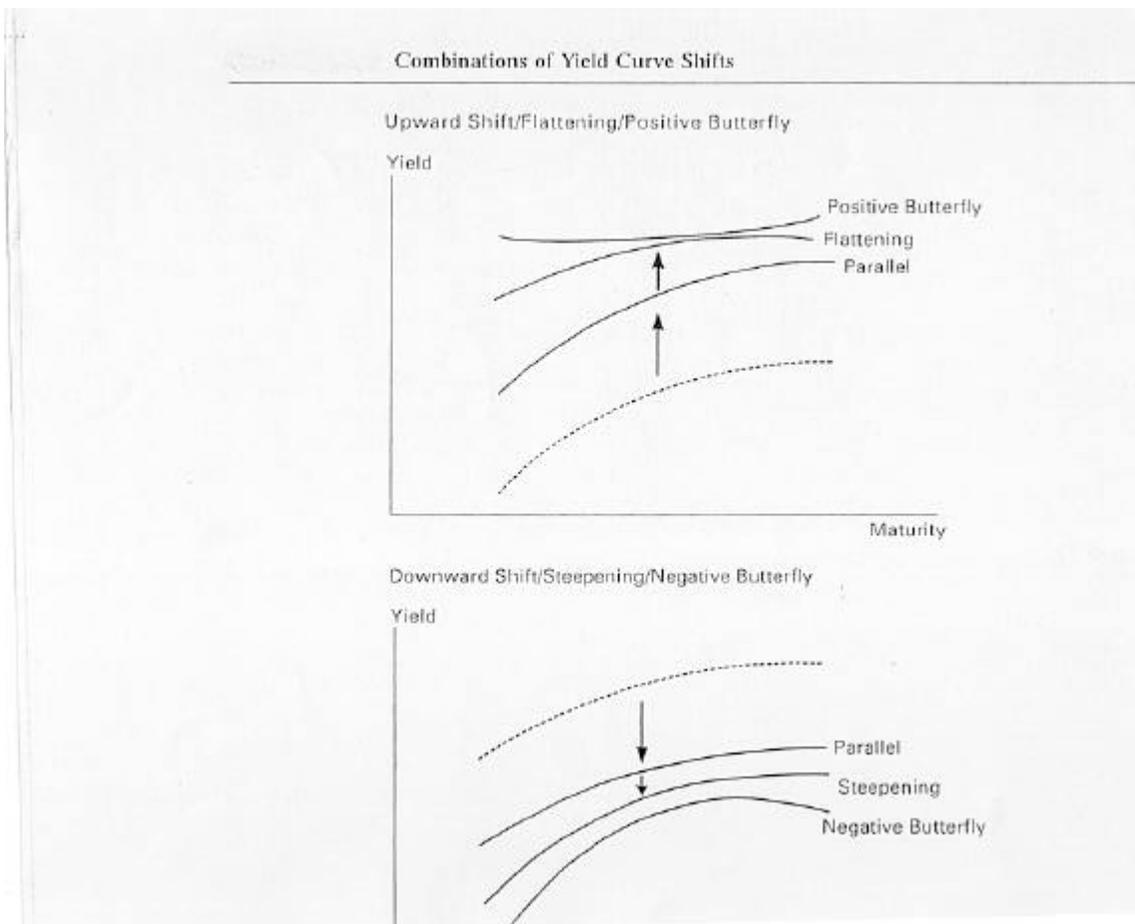
#### ***4.1- LES VARIATIONS PARALLÈLES DE LA COURBE DES TAUX***

## Types of Yield Curve Shifts

(a) Parallel shifts



### 4.2- LES VARIATIONS NON PARALLÈLES DE LA COURBE DES TAUX : LE RISQUE DE TWIST



## **5) STRATÉGIES DE PLACEMENT FONDÉES SUR LES ÉCARTS DE TAUX DE RENDEMENT À L'ÉCHÉANCE**

### **5.1- ANTICIPER LES VARIATIONS DE TAUX**

- Si les taux vont baisser, acheter les obligations de plus grande duration ;
- Si modification de la courbe des taux, modifier notre portefeuille en conséquence.
- Si modification de l'écart de taux entre certains segments, effectuer la stratégie d'investissement la plus appropriée pour bénéficier de ce déséquilibre.

### **5.2- SELON LA POSITION DU CYCLE ÉCONOMIQUE**

- « junk bonds » à acheter avant reprise économique ;
- « flight to quality » en période de ralentissement économique.

### **5.3- LES SWAPS D'OBLIGATIONS**

#### ***A- Swap de substitution :***

Échange d'une obligation par une autre ayant des caractéristiques similaires : même coupon, même qualité, même clauses de rachat. Swap ou échange motivé par la croyance que le marché a temporairement mal évalué les deux obligations et que l'écart de prix entre les deux obligations est une opportunité de profit.

#### ***B- Swap inter-marché :***

Échange motivé par le fait que l'investisseur croit que l'écart de rendement entre deux secteurs (ou compartiments) du marché obligataire (par exemple, obligations corporatives versus obligations municipales ou provinciales) est trop grand et qu'il va se rétablir.

#### ***C- Swap d'anticipation des taux d'intérêt:***

Si l'investisseur pense que les taux vont baisser, il va entrer dans un swap pour obtenir une

obligation de plus longue durée ( et inversement).

***D- Swap de rendement:***

Swap réalisé lorsque l'investisseur désire augmenter son rendement en obtenant une obligation de haut rendement, sachant que son risque est plus élevé (risque de défaut, risque de taux d'intérêt).

***E- Swap pour fins d'impôt:***

Échange destiné à exploiter certains avantages fiscaux. Par exemple, si la réalisation des pertes en capital offre des avantages fiscaux à un investisseur, il peut entrer dans un swap qui lui permet d'obtenir une obligation dont les prix ont ou vont baisser.

***F- Swap basé sur la prévision de l'accroissement de l'écart du TRE entre deux obligations:***

A: une obligation de bonne qualité,

B: une obligation de moindre qualité.

Historiquement,  $Y_B - Y_A = 4\%$ , mais on constate que cet écart est moindre ( $< 4\%$ ). On s'attend alors que cet écart se rétablisse par soit :

- Une diminution de  $Y_A \Rightarrow$  une hausse de  $P_A$  ;
- Une augmentation de  $Y_B \Rightarrow$  une baisse de  $P_B$  ;
- La combinaison des deux effets.

$\Rightarrow$  Stratégie à adopter lors de la constatation de l'écart (lorsqu'on détient A et B) :

- Vendre B : parce que son prix va baisser ;
- Acheter A : parce que son prix va augmenter.

***G- Swap basé sur le rétrécissement de l'écart du TRE entre deux obligations :***

A: une obligation de bonne qualité ;

B: une obligation de moindre qualité.

L'écart historique est de 0.2%, mais on constate soudainement que l'écart actuel est de 0.4%.

On doit s'attendre à ce que cet écart se rétablisse (rétrécisse) par soit :

- Une augmentation de  $Y_A \Rightarrow$  une baisse de  $P_A$  ;
- Une diminution de  $Y_B \Rightarrow$  une hausse de  $P_B$  ;
- Une combinaison des deux effets.

$\Rightarrow$  Stratégie à adopter lors de la constatation de l'écart :

- Vendre A : parce que son prix va baisser ;
- Acheter B : parce que son prix va augmenter.

*Exemple de substitution pure :*

Une obligation (A) de 30 ans avec un taux de coupon de 7% offre un TRE de 7% alors qu'une autre obligation (B) presque identique (même risque) offre un TRE de 7.1%. Il se rétablira à 7% d'ici 1 an selon vos estimations.

Valeur aujourd'hui A : 1000\$

B: 987.70\$

$\Rightarrow$  Stratégie: Vendre A et acheter B.

Calcul du rendement :

- Entrée initiale de fonds :  $1000\$ - 987.70\$ = 12.30\$$

- Les coupons s'annulent ;
- Après 1 an : valeur = 1000\$ - 1000\$ = 0
  - A: 1000\$
  - B: 1000\$ (car TRE s'est ajusté à 70%).

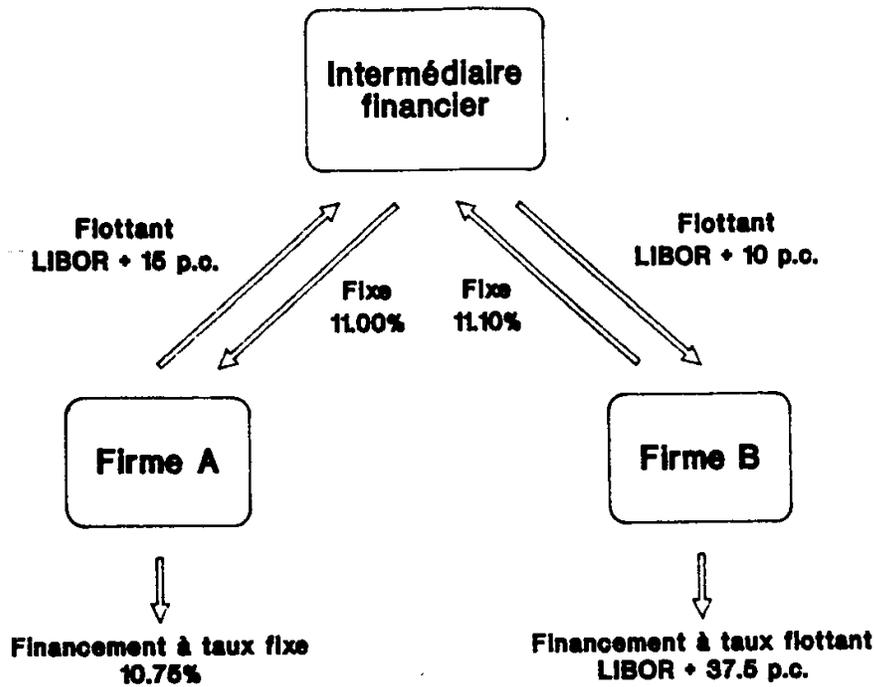
**v Analyse du risque inhérent aux substitutions pures :**

- La période de réajustement peut être plus longue que prévue (donc baisse du rendement annuel) ;
- Il se peut que les deux obligations ne comportent pas exactement le même risque ou quelque chose peut changer : le niveau de risque en cours de route (donc réajustement injustifié)
- Les taux d'intérêt (le niveau) peut changer.

***5.4- LES SWAPS D'INTÉRÊT***

● Schéma des flux

d'un swap d'intérêt



	Firme A	Firme B
<u>Paie</u>		
sur le marché :	10.75%	LIBOR + 37.5 p.c.
à l'intermédiaire :	LIBOR + 15 p.c.	11.10%
<u>Reçoit</u>		
de l'intermédiaire :	11.00%	LIBOR + 10 p.c.
<b>Paiements nets :</b>	<b>LIBOR - 10 p.c.</b>	<b>11.375%</b>

écart des taux de financement pour  
chaque firme selon le terme

	Marché du taux flottant	Marché du taux fixe
Firme A	LIBOR + 25 p. c.	10.75 %
Firme B	LIBOR + 37.5 p. c.	11.70 %
écart	<u>12.5 p. c.</u>	<u>95 p. c.</u>
Différence = 95 p. c. - 12.5 p. c. = 82.5 p. c.		
Économie de financement réalisée par la firme A :		35 p. c.
Économie de financement réalisée par la firme B :		32.5 p. c.
Marge réalisée par l'intermédiaire :		15 p. c.
	Total :	<u>82.5 p. c.</u>

