

# Bulletin

Groupe d'études et de recherche  
 en analyse des décisions

# GERAD

# Un des nôtres est le TOP mondial!

Selon une étude réalisée par Pao-Nuan Hsieh et Pao-Long Chang parue en août dernier dans le *International Journal of Production Economics*, **Gilbert Laporte**, membre fondateur du GERAD, se classe parmi les chercheurs les plus prolifiques au monde (même premier selon certains critères) dans la catégorie production et gestion des opérations. Nous sommes très fiers de cet accomplissement par un des nôtres. Bravo Gilbert!

Une autre excellente nouvelle est le renouvellement par le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FQRNT) de la subvention octroyée au GERAD (2,34 millions de dollars pour les six prochaines années) dans le cadre du programme des « Regroupements stratégiques ». Le support du FQRNT est pour le Centre une marque de confiance et une motivation de la poursuite de l'excellence en recherche et en formation.

Ce numéro propose aux lecteurs des comptes rendus de treize recherches qui se sont concrétisées par des publications dans des revues de premier plan. Ce choix vise à montrer la diversité sur le plan des outils (programmation mathématique, processus stochastiques, statistiques, théorie des jeux et autres méthodes de la recherche opérationnelle) et des champs d'application (gestion des horaires, ingénierie financière, marketing, tournées de véhicules, énergie et santé).

Bonne lecture,  
 Georges Zaccour

[bulletin@gerad.ca](mailto:bulletin@gerad.ca)

## SOMMAIRE

Nouvelles brèves.....	2
<b>OrthoMADS</b> : une instance déterministe de MADS avec des directions orthogonales .....	3
La saga des trois petits <b>octogones</b> .....	4
L' <b>obtention de l'information</b> permettant de planifier la capacité de production .....	5
Tarifcation d'option sous <b>GARCH</b> par des méthodes d'équations aux dérivées partielles.....	6
Élaboration d' <b>horaires de travail</b> pour techniciens d'une entreprise de télécommunications.....	7
La complémentarité des énergies <b>éolienne et hydrique</b> .....	8
<b>Génération de colonnes</b> avec plans coupants pour le problème de tournées de véhicules.....	9
Arbres <b>multivariés</b> pour variables réponses de types différents .....	10
Efficience <b>moyenne-variance</b> dans un modèle de marché avec taux d'intérêt CIR généralisé .....	11
Gestion d'un parc de véhicules pour une compagnie de <b>location de voitures</b> .....	12
Orientation d'une <b>ligne de métro</b> dans le centre-ville historique de Séville.....	13
Produits durables et marchés multiples de <b>produits usagés</b> .....	14
Aspects computationnels des <b>guerres des prix</b> multimarchés.....	15

# Tarification d'option sous GARCH par des méthodes d'équations aux dérivées partielles

Michèle Breton et Javier de Frutos

Une option est un instrument financier dont la valeur dépend d'un autre titre, appelé actif sous-jacent, et qui donne à son détenteur le droit de transiger ce titre à un prix déterminé à l'avance, à une ou plusieurs dates futures connues, jusqu'à l'échéance du contrat. La valeur d'une option dépend essentiellement de la volatilité de l'actif sous-jacent, qui détermine l'importance de possibles gains futurs en cas d'exercice. La célèbre formule de Black et Scholes permet de calculer la valeur d'une option qui ne peut être exercée qu'à l'échéance, lorsque la volatilité de l'actif sous-jacent est supposée constante.

Or, il est bien connu que les modèles de séries financières utilisant une volatilité constante, ou même une volatilité déterministe, ne sont pas bien adaptés aux observations empiriques. Les modèles autorégressifs de type GARCH, où la volatilité conditionnelle d'une série chronologique est mise à jour à partir d'observations discrètes des valeurs de la série, se sont révélés de bien meilleurs prédicteurs de la dynamique des prix de titres financiers. Cependant, même dans le cas le plus simple, l'évaluation d'options écrites sur des sous-jacents dont l'évolution est décrite par un processus de type GARCH pose des défis à la fois théoriques et numériques.

Nous proposons une approche reposant sur la solution numérique d'une équation aux dérivées partielles décrivant l'évolution de la valeur de l'option. Selon le modèle de tarification d'option, la volatilité est constante entre deux dates de mise à jour, et on impose des conditions de saut chaque fois que l'estimation de la volatilité change. Dans ce cas, il existe une solution explicite par séries de Fourier entre deux dates de mise à jour, et la valeur de l'option peut être représentée par plusieurs fonctions du temps et du prix de l'actif sous-jacent, paramétrées par la volatilité et le prix de l'actif sous-jacent à la dernière date de mise à jour.

Notre algorithme repose sur une approximation spectrale de l'équation

différentielle décrivant l'évolution du prix de l'option avec ses conditions de saut, et sur une interpolation de Fourier-Tchebychev de la fonction décrivant la valeur de l'option. Pour ce faire, nous exploitons les propriétés des séries de Fourier pour la représentation de solutions périodiques d'équations aux dérivées partielles. Ainsi, nous utilisons une extension périodique de la valeur de l'option en fonction du temps et du prix du sous-jacent, qui est suffisamment régulière pour permettre une représentation précise à partir d'un petit nombre de coefficients de Fourier. Nous utilisons

ensuite une interpolation spectrale par polynômes de Tchebychev pour obtenir la valeur de l'option en fonction de la volatilité et du prix du sous-jacent à la dernière date de mise à jour. Ainsi, la valeur de l'option (une fonction de quatre variables) est représentée par ses coefficients de Fourier et de Tchebychev.

Notre méthode est très générale et peut s'appliquer à n'importe quelle des nombreuses spécifications GARCH qui sont utilisées en pratique. Nous obtenons des résultats très précis en quelques secondes, et une convergence exponentielle par rapport au nombre de points de discrétisation.

(*Operations Research*, à paraître)

---

**Michèle Breton**, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal et GERAD

---

**Javier de Frutos**, Universidad de Valladolid, Espagne et GERAD

---

