

Tarification des contrats à terme sur bons du Trésor du Chicago Board of Trade

Ramzi Ben-Abdallah, Hatem Ben-Ameur et Michèle Breton



Un contrat à terme boursier est une entente entre deux parties concernant l'achat ou la vente d'un actif à une date future donnée, appelée la date de livraison, pour un prix fixé à l'avance. Les contrats à terme boursiers incluent des clauses précisant les conditions de livraison et des spécifications de qualité et sont normalement transigés en bourse. Le contrat sur bons du trésor transigé sur le Chicago Board of Trade (CBOT) est le contrat à terme le plus répandu et le plus activement transigé aux États-Unis. Il prévoit la livraison d'une valeur de 100 000 \$ en obligations gouvernementales de longue maturité, et inclut plusieurs options de livraison. Cet article propose une méthode numérique pour l'évaluation de ce contrat dans le contexte de taux d'intérêts stochastiques, et compare les prix obtenus à l'aide de cette méthode aux prix observés sur le marché entre 1990 et 2008.

Les options de livraison incluses dans le contrat concernent le calendrier et la qualité de la livraison. Ainsi, on permet la livraison des obligations tous les jours

durant le mois de livraison, même durant des périodes où le marché des contrats à terme est fermé alors que le marché des obligations est ouvert. Par ailleurs, le vendeur peut livrer n'importe quelle obligation appartenant à un panier d'obligations éligibles spécifié au contrat.

Une obligation est un contrat prévoyant le remboursement du capital à maturité et le paiement de versements constants (les coupons) à intervalle fixe (par exemple, annuellement). Par exemple, une obligation de 100 000 \$ ayant une maturité de 15 ans et un coupon annuel de 6 % est une promesse de verser 6 000 \$ par année durant 15 ans, et 100 000 \$ dans 15 ans. La valeur au marché d'une telle obligation dépend du taux d'intérêt actuel, mais aussi des anticipations du marché concernant l'évolution future de ce taux d'intérêt. L'option de qualité donne au vendeur le droit de vendre pour un prix fixé à l'avance n'importe laquelle des obligations du panier, qui ont des taux de coupon et des maturités différents, et par conséquent des valeurs au marché différentes. En fait, pour tenir compte des variations en qualité des obligations livrées, le prix reçu par le vendeur est ajusté à l'aide d'un ensemble de facteurs de conversion, spécifiés

Le contrat sur bons du trésor transigé sur le Chicago Board of Trade (CBOT) est le contrat à terme le plus répandu et le plus activement transigé aux États-Unis.

au contrat. Le système de conversion utilisé par le CBOT est tel que la valeur de toutes les obligations éligibles est la même lorsque le taux d'intérêt est de 6 % et constant dans le temps. Lorsque ce n'est pas le cas, les obligations ne sont pas de valeur égale au moment de la livraison, et il existe une obligation « moins chère à livrer » (MCL).

Jusqu'à présent, aucune méthode n'a été proposée pour identifier la stratégie optimale d'exercice (quand et quoi livrer) et pour évaluer le prix du contrat sous l'hypothèse d'une évolution stochastique du taux d'intérêt lorsque toutes les options de livraison sont prises en compte. En fait, même lorsqu'on suppose que le taux d'intérêt est constant et déterministe, la MCL change au cours du mois de livraison, de sorte que la stratégie de livraison ne peut pas être caractérisée analytiquement. Le fait d'ajouter de l'incertitude sur l'évolution des taux d'intérêt rend le problème encore plus complexe.

Nous proposons un algorithme d'évaluation dans le cadre général d'un modèle de diffusion markovien pour

l'évolution des taux d'intérêt. Notre approche est une procédure numérique de rétroinduction combinant la programmation dynamique, l'interpolation par éléments finis, et la recherche de point fixe. L'algorithme fournit la valeur du contrat pour le vendeur (qui est rétablie à 0 aux dates de règlement), le prix de livraison aux dates de règlement, ainsi que la stratégie optimale de livraison (livrer ou non et MCL) aux dates prévues au contrat, en fonction du vecteur d'état et du prix de livraison à la dernière date de règlement. ■

À PARAÎTRE DANS *QUANTITATIVE FINANCE*

TITRE ORIGINAL
PRICING THE CBOT T-BOUNDS FUTURES

Ramzi Ben-Abdallah
Hatem Ben-Ameur
Michèle Breton

*Service de l'enseignement des
méthodes quantitatives de gestion
HEC Montréal et GERAD*

