

Bulletin

Groupe d'études et de recherche
en analyse de décisions

GERAD

Volume 4 • Numéro 1
Mai 2007

« Au-delà des **jeux de société** : une **science** en constante expansion »

Georges Zaccour, titulaire
Chaire de théorie de jeux et gestion

La théorie des jeux est devenue une branche des mathématiques durant les années 1940, et plus spécialement après la parution en 1944 de l'œuvre magistrale de John von Neumann et Oskar Morgenstern *Theory of Games and Economic Behavior*. Son couronnement en économie est arrivé cinquante ans plus tard avec l'octroi à John F. Nash, John C. Harsanyi et Reinhard Selten du Prix de la Banque de Suède en sciences économiques en mémoire d'Alfred Nobel.

« C'est surtout en s'intéressant aux jeux de société comme les échecs que des mathématiciens ont prouvé des théorèmes qui sont à la base de la théorie des jeux, observe Georges Zaccour, membre du GERAD, titulaire de la Chaire de la théorie des jeux et gestion de HEC et professeur à HEC Montréal. John F. Nash, inventeur de l'équilibre qui porte son nom, que nous avons reçu au GERAD en 2005 lors du 25^e anniversaire, avait peut-être des idées économiques sous-jacentes, mais ce sont des jeux de société, où il y a action, réaction et stratégie, qui ont piqué la curiosité des mathématiciens. » On se rappellera que la vie de John Nash a fait l'objet d'un livre et d'un film couronné de quatre oscars en 2002, *A Beautiful Mind*.

La collaboration entre John von Neumann, un mathématicien, et Oskar Morgenstern, un économiste, tous deux chercheurs au célèbre Princeton University Institute of Advanced

... science (suite à la page 2).

bulletin@gerad.ca

SOMMAIRE

Des applications de la théorie des jeux aux chaînes logistiques	3
Nouvelles brèves	5
Fabricant et détaillant : qui gagne de la publicité coopérative?	6
La théorie des jeux à l'assaut des marchés d'électricité déréglementés	7
Restructuration d'une firme en détresse financière	8
Évaluation d'options implicites portées par des obligations	9
Le troc : du plus ancien au plus moderne!	10
Du cellulaire au banc de poissons en passant par la vente au détail!	11

Dans ce numéro... Pleins feux sur la théorie des jeux...

Study, demeure une source d'inspiration pour le GERAD, qui réunit des chercheurs de diverses disciplines pour résoudre des problèmes relevant de la prise de décisions.

Les applications de la théorie des jeux connaissent une expansion constante et rapide, comme en témoignent les exemples présentés dans le présent numéro du Bulletin, qui vont de la finance au marketing en passant par les télécommunications, la gestion de la production de l'électricité et même des bancs de poissons en mouvement. Selon Georges Zaccour, cette expansion va sûrement se poursuivre, notamment en finance, en chaîne logistique, en économie, en gestion de l'énergie et des ressources naturelles, mais aussi en biologie, où il y a « un véritable boom », en modélisation de la diffusion du cancer, ou encore pour expliquer toutes sortes d'autres phénomènes naturels.

Plusieurs chercheurs du GERAD appliquent la théorie des jeux dans leurs travaux. Il est intéressant de noter qu'Alain Haurie, fondateur du GERAD, et Georges Zaccour, qui l'a dirigé de 2001 à 2005, ont tous deux présidé la *International Society for Dynamic Games*, l'un des deux organismes internationaux de promotion de la théorie des jeux.

Décliner tous les types de jeux et les nombreuses combinaisons possibles est en soi un défi. D'abord, il y a des jeux coopératifs, où l'intérêt collectif prime, et les jeux non coopératifs, où c'est chacun pour soi. Les jeux peuvent être statiques ou dynamiques, selon que leurs règles et conditions changent ou non avec le temps. Les acteurs peuvent prendre des décisions à des moments bien déterminés (en temps discret) ou de façon continue (jeux différentiels, développés à l'origine pour la solution de problèmes militaires). Les conditions peuvent changer de façon prévisible (jeux déterministes) ou aléatoire (jeux stochastiques).

Dans le cas des jeux coopératifs, on s'assure tout d'abord de sélectionner la stratégie qui optimise le bien-être collectif, précise Georges Zaccour. On décide



John F. Nash, 2^e à g., fut l'invité d'honneur au 25^e anniversaire du GERAD en mai 2005. Il est entouré, dans l'ordre habituel, de Mme Nash, de Michèle Breton et de Georges Zaccour, directeur du GERAD de 2001 à 2005.

ensuite comment répartir les dividendes de la coopération de façon à satisfaire tous les joueurs impliqués. On aboutit à des solutions qui pourraient être fragiles parce qu'elles ne constituent pas des équilibres, c'est-à-dire des situations desquelles personne n'a intérêt à dévier unilatéralement. Quand une solution n'est pas un équilibre, la tentation est forte pour que les joueurs dévient de l'accord. Plusieurs chercheurs s'intéressent donc au design de solutions

coopératives qui soient des équilibres. On a ainsi le meilleur des deux mondes : la stabilité de l'équilibre, et les dividendes de la coopération. L'Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole (OPEP), qui est un cartel censé jouer un jeu coopératif, offre un exemple intéressant pour étudier notamment ces notions d'équilibres

... science (suite à la page 12).

Chaire de théorie des jeux et gestion

En octobre 2006, HEC Montréal a créé la Chaire de théorie des jeux et gestion et nommé son premier titulaire, Georges Zaccour. En plus d'être un signe de reconnaissance, cette chaire donne un excellent coup de pouce à la recherche et à l'animation scientifique autour de la théorie des jeux, notamment en permettant de financer des étudiants au doctorat et en études postdoctorales sur une période de plusieurs années.

Les travaux de recherche de la Chaire porteront sur des développements théoriques et algorithmiques de la théorie des jeux ainsi que sur les applications à des problématiques de gestion. Parmi les applications en marketing, en énergie et en environnement : conflits et coopération dans les réseaux de distribution marketing; détermination de stratégies de marketing dans des marchés oligopolistiques; partage des coûts environnementaux; coordination de stratégies environnementales dans un contexte international; coordination dans les chaînes logistique et interface marketing-production; et commerce électronique et ses implications dans les relations dans les réseaux de distribution traditionnels.

Restructuration d'une firme en **détresse** financière

Amira Annabi, Michèle Breton, Pascal François*

Une firme fait défaut quand elle ne peut honorer sa dette. Le défaut se matérialise lorsque la valeur des actifs atteint une certaine barrière. Cet événement peut déclencher une faillite, mais peut aussi souvent donner lieu à une réorganisation. Le problème qui nous intéresse est l'évaluation de la firme, qui doit tenir compte de la possibilité de la réorganisation de sa dette lors d'un événement de défaut.

Nous considérons une économie où la valeur des actifs d'une firme obéit à un processus aléatoire. Cette firme est financée par deux classes de dettes subordonnées. Aussi, elle verse un coupon à ses créanciers. L'événement de défaut est déclenché quand la valeur des actifs atteint une barrière donnée, à un temps d'arrêt aléatoire.

Le modèle utilisé pour le processus de négociation prend la forme d'un jeu entre les créanciers de différentes classes de priorité et les actionnaires. Nous considérons trois joueurs : le gestionnaire (représentant les actionnaires), le créancier senior (représentant les créanciers privilégiés) et le créancier junior (représentant les créanciers ordinaires). L'événement de défaut

déclenche le processus de négociation qui comporte des rondes successives. À chacune des rondes, l'un des trois joueurs propose un plan de réorganisation.

À la suite de cette proposition, les deux autres joueurs peuvent choisir d'accepter le plan de réorganisation ou de poursuivre le processus de négociation, alors qu'un autre joueur aura le privilège de proposer un nouveau plan. Le processus de négociation consomme du temps et occasionne des coûts. La Cour peut intervenir et imposer un plan de réorganisation ou liquider la firme lorsque les joueurs n'arrivent pas à s'entendre après un certain nombre (aléatoire) de rondes de négociation.

Le processus de négociation est donc représenté par une succession de jeux hiérarchisés entre les trois joueurs. Le « leader » propose un plan de réorganisation, en tenant compte de la réaction des deux autres joueurs, qui prennent une décision simultanément et de façon non coopérative. Chaque joueur cherche à maximiser la part qui lui revient résultant d'un nouveau partage de la firme, ou de sa liquidation. La valeur de continuation est le résultat espéré de l'équilibre à la prochaine ronde, tandis que la variable

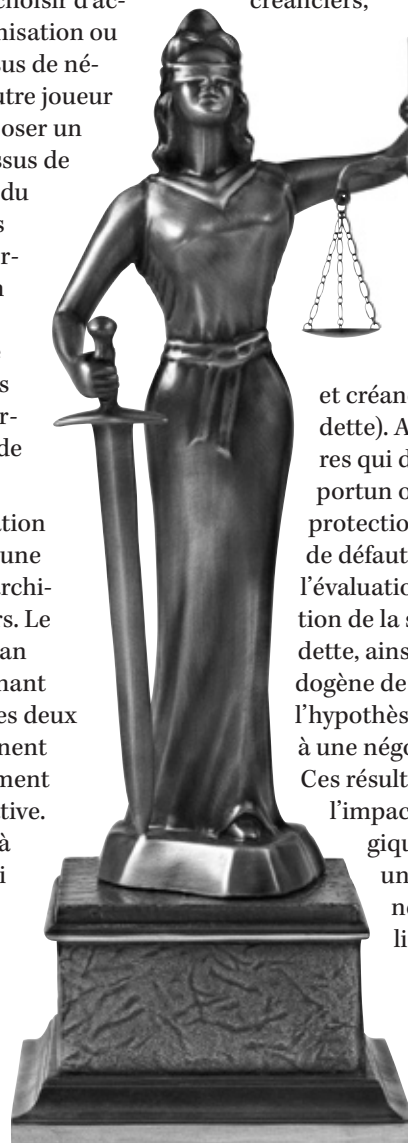
d'état est la valeur des actifs de la firme, qui, elle, obéit à un processus aléatoire.

Si une firme réorganisée émerge du processus, elle continue ses activités en distribuant de nouveaux coupons aux créanciers, jusqu'au prochain événement de défaut, qui déclenche à nouveau le processus de négociation.

Il convient de noter que la valeur de la firme dépend de sa répartition entre actionnaires

et créanciers (ou la structure de la dette). Aussi, ce sont les actionnaires qui décident du moment opportun où la firme se place sous la protection de la Cour (ou la barrière de défaut). Ce modèle permet donc l'évaluation de la firme, la détermination de la structure d'équilibre de la dette, ainsi que la détermination endogène de la barrière de défaut, sous l'hypothèse que le défaut donne lieu à une négociation entre les parties.

Ces résultats permettent d'évaluer l'impact du comportement stratégique des joueurs par rapport à un modèle où le défaut donne nécessairement lieu à une liquidation. **G**



* **Amira Annabi** est étudiante au doctorat au GERAD.

Michèle Breton est membre du GERAD, professeure titulaire au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion à HEC Montréal et directrice du Centre de recherche en e-finance.

Pascal François est professeur agrégé au Service de l'enseignement de la finance à HEC Montréal.

Évaluation d'options implicites portées par des obligations

Hatem Ben Ameer, Michèle Breton, Pierre l'Écuyer, Lotfi Karoui*

Plusieurs obligations comportent des options implicites détenues par des joueurs différents, notamment l'émetteur et le détenteur de l'obligation. Les options implicites les plus communes sont celles de rachat, de remboursement et de conversion. L'option de rachat permet à l'émetteur de racheter sa dette pour un montant prédéterminé. L'option de remboursement permet au détenteur d'annuler sa créance pour un montant prédéterminé. L'option de conversion permet au détenteur d'échanger sa créance pour un nombre prédéterminé d'un autre titre de l'émetteur.



Une obligation étant un contrat de prêt à taux fixe, sa valeur, ainsi que celle des options implicites de rachat et de remboursement, dépend du taux d'intérêt qui varie selon un processus aléatoire. La valeur des options implicites est difficile à déterminer directement, car l'exercice d'une option par l'un des joueurs détruit celles qui sont détenues par l'autre, tout en mettant fin au contrat de prêt.

Le modèle considéré est un jeu dynamique stochastique à somme nulle entre l'émetteur et l'investisseur. L'émetteur cherche à minimiser la valeur de l'obligation, alors que l'investisseur cherche plutôt à la maximiser. Leurs stratégies respectives déterminent, en fonction du temps à courir jusqu'à l'échéance et du taux d'intérêt courant, s'il convient ou non de mettre fin au contrat en exerçant leur option de rachat ou de remboursement. La valeur de ce jeu est la valeur de l'obligation assortie de ses options implicites.

La valeur du jeu est obtenue par programmation dynamique en temps discret, correspondant aux dates de notification de l'exercice des options. Le défi consiste à développer des méthodes numériques efficaces et précises pour l'approximation de cette valeur sur l'espace d'état, qui est continu.

Soulignons que beaucoup d'études empiriques en finance reposent sur des données de prix d'obligations, dont on doit retirer une grande partie, c'est-à-dire celles qui comportent des options implicites. Nos résultats permettent d'isoler la valeur de ces options, et par conséquent d'enrichir les bases de données disponibles. **G**

* **Hatem Ben-Ameer** est membre du GERAD et professeur au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion à HEC Montréal.

Lotfi Karoui a un doctorat de l'Université McGill et travaille pour une institution financière à New York.

Pierre l'Écuyer est membre du GERAD, professeur au département d'informatique et de recherche opérationnelle à l'Université de Montréal et titulaire de la Chaire de recherche du Canada en simulation et optimisation stochastique.

... science (fin).

coopératifs et de respect des engagements (quotas) par les membres.

L'idée de l'équilibre était déjà dans l'air dans les travaux du mathématicien français Antoine Cournot qui a calculé, en 1838, les quantités « optimales » à mettre sur le marché dans le contexte d'un duopole. Dans les années 1920, les travaux de Borel et surtout de von Neumann ont permis des avancées importantes dans la formalisation de concepts clés de la théorie des jeux (stratégie, MinMax, etc.). Le résultat le plus fondamental de cette théorie est, probablement, celui de l'équilibre non coopératif. C'est en 1953, que John Nash a prouvé le fameux théorème précisant sous quelles conditions un tel équilibre existe. Depuis, les développements théoriques et techniques se sont multipliés et les applications ont vite suivi dans des domaines aussi variés que l'économie, la gestion, le domaine militaire, les sciences politiques, la biologie, et autres.

Une carrière sous le signe de la théorie des jeux

Georges Zaccour est arrivé au GERAD, en 1982, dans les premières années du groupe de recherche. Étudiant à la maîtrise, il venait étudier la théorie des jeux sous la direction d'Alain Haurie, fondateur et directeur du GERAD. Plus tard, sa thèse de doctorat allait porter sur des applications des jeux dynamiques dans le secteur de l'énergie, notamment les réseaux électriques interconnectés et le marché du gaz en Europe, un marché qui fait encore couler beaucoup d'encre. Georges Zaccour a obtenu son doctorat en administration de HEC Montréal où, depuis 1986, il est professeur au Service de l'enseignement du marketing. De 2002 à 2006, il a présidé la *International Society of Dynamic Games*, fondée en 1990. Il est coauteur, avec Steffen Jørgensen, du livre *Differential Games in Marketing* (Springer 2004) et il est éditeur associé de plusieurs revues scientifiques dont la *International Game Theory Review*. Il est membre de l'Académie des sciences sociales de la Société royale du Canada et auteur de plus de 85 articles scientifiques. **G**

... Brigitte Jaumard (fin).

dans le contexte de la lecture vidéo en transit (*video streaming*) dans les réseaux pair à pair. Ces réseaux permettent une décentralisation des réseaux en permettant à tous les nœuds de jouer le rôle de client et de serveur. En particulier, les systèmes de partage de données permettent d'avoir des objets d'autant plus disponibles qu'ils sont populaires, et donc répliqués sur des nœuds. Cela permet alors de diminuer la charge imposée aux nœuds partageant les données populaires, ce qui facilite l'augmentation du nombre de nœuds donc de données dans le réseau.

L'objectif est d'une part de développer un modèle d'optimisation réaliste résolu par des techniques spécialisées de résolution de problèmes de grande taille. Par réaliste, nous supposons que toute l'information n'est pas nécessairement connue sur les caractéristiques et les types des agents. D'autre part, l'objectif consiste à développer des algorithmes distribués qui répondent aux contraintes de qualité de services – bande passante, délai – mais aussi d'extensibilité (*scalability*). En disposant de ces deux types de techniques, nous espérons d'une part contribuer au développement d'algorithmes efficaces de gestion des réseaux pair à pair, mais également d'être en mesure d'évaluer leurs performances, d'un point de vue à la fois théorique et pratique. **G**

... Peter Caines (fin).

la mécanique statistique. Cette dernière permet de caractériser le comportement de grands ensembles de particules à partir d'une connaissance du comportement statistique d'une particule individuelle quelconque.

Le deuxième courant issu des mathématiques et de l'économie théorique, est celui de la théorie des jeux; en particulier ici, la notion d'équilibre de Nash pour jeux dynamiques stochastiques. L'appareillage mathématique résultant de la synthèse de ces deux courants de recherche semble porteur de solutions à de multiples problèmes ouverts jusque là. L'idée centrale, que nous avons appelée le *Nash Certainty Equivalence Principle*, est que la trajectoire moyenne d'équilibre recherchée de la masse $r(t)$ sera celle telle que si tous les individus se positionnaient de façon optimale par rapport à $r(t)$, ils reproduiraient collectivement cette même trajectoire $r(t)$.

G

Bulletin du GERAD

Édité 2 à 3 fois l'an par le GERAD.

Directeur
Georges Zaccour
georges.zaccour@gerad.ca

GERAD
HEC Montréal
3000, chemin de la Côte-Sainte-Catherine
Montréal (Québec) Canada H3T 2A7
Téléphone : 514 340-6053

Site Internet
www.gerad.ca
bulletin@gerad.ca

Rédacteur en chef
Robin Philpot
rphilpot@sympatico.ca

Traduction
Robin Philpot

Conception graphique
HEC Montréal

Dépôt légal : 2^e trimestre 2007
Bibliothèque nationale du Québec

Reproduction autorisée
avec mention de la source