École des Hautes Études Commerciales
Montréal, Québec, Canada. Automne 1996.
Introduction à l'économétrie: 3-806
Professeur: Désiré Vencatachellum

Instructions:

Vous avez trois heures pour répondre aux trois questions que comporte cet examen. L'utilisation d'une calculatrice manuelle est permise. Je vous suggère d'allouer votre temps comme suit:

1. Une heure. Cinq minutes par questions.
2. Une heure et 15 minutes.
3. 45 minutes.

N'oubliez pas de justifier toutes vos réponses à la première question. Écrivez lisiblement et utilisez un carnet différent par question.

# 1 Dites si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou incertaines [48%]

1. Soit une matrice $\mathbf{X}$ de dimension (N x 2). Alors $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ est toujours une matrice symétrique.

2. L'estimateur des moindres carrés ordinaires est un estimateur sans biais si les aléas sont de moyenne nulle.

3. Une valeur P élevée associée à une statistique de test implique qu'on ne devrait pas rejetter l'hypothèse nulle.

4. Un économètre qui estime une élasticité-prix égal à -1, avec une variance égale à 0.75, doit conclure qu'une augmentation des prix affectera la quantité vendue.

5. L'estimation des paramètres d'un modèle linéaire est plus précis en présence de multicollinéarité.

6. En utilisant les moindres carrés ordinaires pour prévoir la valeur future de la variable explicative on fait une erreur systématique.

7. Si $\mathbf{Z}$ est un vecteur, de dimension (N x 1), de variables aléatoires toutes de moyenne 0, alors sa variance est égale à $\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}$.

8. L'ajout d'une variable explicative supplémentaire, dont le pouvoir explicatif est nul, n'a aucun impact sur l'estimation des autres paramètres.

## 2 Estimation et tests [32%]

Soit le modèle statistique suivant:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \epsilon_t \tag{2.1}$$

où $y$ est la variable expliquée, $x_1$ et $x_2$ sont les variables explicatives, $\beta_0$, $\beta_1$ et $\beta_2$ sont les paramètres, $\epsilon$ est un bruit blanc, et $t = 1\ldots100$. La matrice $\mathbf{X}$ est la matrice de tous les régresseurs incluant la constante, alors que $\mathbf{Y}$ est le vecteur de la variable expliquée. Vous disposez des informations suivantes:

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 100.00 & 45.92 & 48.80 \\ & 28.42 & 21.46 \\ & & 32.35 \end{bmatrix} \quad (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 0.07441 & -0.0711 & -0.0651 \\ & 0.1384 & 0.0155 \\ & & 0.1188 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 833.197 \\ 422.542 \\ 455.155 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}^T\mathbf{Y} = 7602.78$$

et la somme des carrés des résidus = 100.4525.

1. Quelle est la valeur moyenne de la variable expliquée.
2. Estimez la variance des résidus. Démontrez que l'estimateur que vous utilisez est sans bias. Expliquez l'importance d'utiliser un estimateur sans biais.
3. Estimez les trois paramètres du modèle par les moindres carrés ordinaires.
4. Calculez les $R^2$ et $R^2$ ajustés. Expliquez la différence.
5. Testez que $\beta_2$ est significativement différent de zéro au seuil de confiance de 1%. Supposez que la valeur critique est égale à 2.36.
6. Testez l'hypothèse que $\beta_1$ - $2\beta_2$ = 3.5 en utilisant les informations fournies. Quelle est l'information manquante qui vous permettrait de conclure.
7. Un économètre utilise un test de Student alors qu'un autre uilise le test de Fisher pour tester l'hypothèse que $\beta_2 = 0$. Démontrez le lien entre ces deux tests et calculez leur valeurs.

## 3 Variable non observée [20%]

Soit le modèle statistique suivant:

$$p_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 a_i + \epsilon_i \tag{3.1}$$

où $p$ est la variable explicative qui est le prix d'un actif quelconque, $x_1$ et $x_2$ sont des variables explicatives économiques observées, alors que $a$ représente les anticipations des investisseurs, $\epsilon$ est un aléa et $i$ représente l'observation. L'économètre dispose de 100 observations, mais ne peut pas observer la variable $a$. Cependant, il sait que les anticipations des investisseurs sont corrélées à un indicateur de confiance des consommateurs $z$ comme suit:

$$a_i = \gamma_0 + \gamma_1 z_i + \eta_i \tag{3.2}$$

où $\eta_i$ est un bruit blanc, $\gamma_0$ et $\gamma_1$ sont des paramètres.

1. Interprétez et donnez le signe attendu des paramètres $\beta_3$ et $\gamma_1$.

2. L'économètre estime le modèle statistique (3.2) par les moindres carrés ordinaires, et substitue $a_i$ par la valeur estimée $\hat{a}_i$ dans le modèle (3.1). Démontrez sous quelles conditions l'estimateur des moindres carrés ordinaires de $\beta_3$ est sans biais. Discutez si ces hypothèses sont réalistes.