

HEC MONTRÉAL

Détermination, analyse et évaluation d'un indicateur de  
capacité de remboursement marginale pour petites et  
moyennes entreprises

Par  
Anis Khalil

Sciences de la gestion  
(Finance)

*Mémoire présenté en vue de l'obtention  
du grade de maître ès sciences  
(M.Sc.)*

Juillet 2009  
© Anis Khalil, 2009



## Remerciements

C'est avec joie et un pincement au cœur que j'écris cette page qui marque la fin d'une longue aventure. Ce mémoire, passionnant par moments et éprouvant par d'autres, mais ô combien enrichissant, n'aurait jamais pu être complété sans le soutien de plusieurs personnes que j'aimerais remercier.

Tout d'abord, je souhaite exprimer ma profonde gratitude envers mon directeur de mémoire Pr. Georges Dionne. Je tiens à le remercier pour la confiance qu'il a eue en moi, pour son encadrement exemplaire, pour sa patience, pour son appui et surtout pour m'avoir transmis sa passion pour la recherche. Il n'a suffi que de quelques mois sous sa direction pour que je réoriente mon plan de carrière. Je ne pourrai jamais exagérer ma reconnaissance envers lui!

Mes remerciements les plus chaleureux vont également à Mme Denise Desjardins pour son aide précieuse, ses judicieux conseils et ses continuels encouragements. Je lui suis très reconnaissant pour son implication qui fut déterminante dans la réussite de ce travail.

Je remercie aussi Pr. Éric Jacquier, Pr. Denis Larocque ainsi que Pr. Jean Roy pour leurs pertinentes recommandations.

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres du jury ayant accepté d'examiner ce mémoire.

Je suis également très reconnaissant envers la Chaire de Recherche du Canada en Gestion des Risques ainsi que le Centre de Recherche en e-finance pour leur généreux soutien financier.

J'aimerais aussi remercier mes amis qui m'ont apporté leur appui tout au long de ce mémoire. Vos encouragements dans les moments difficiles furent pour moi d'une aide inestimable.

Le mot de la fin ainsi que le plus grand des mercis vont à ma tendre famille. Je remercie mes deux parents pour leur amour incessant. Merci aussi pour votre compréhension, pour avoir cru en moi et pour m'avoir toujours soutenu quels que fussent mes projets. Merci à mes soeurs Asmâa et Amira, à mon beau-frère Aniss et à ma petite nièce Ines. Vous avez toujours su me donner le courage nécessaire pour réaliser mes rêves. Malgré les milliers de kilomètres qui nous séparent, sachez que vous avez toujours été présents dans mon coeur. À vous je dédie ce mémoire !

## Sommaire

Dans des contextes réglementaire et concurrentiel de plus en plus serrés, les banques ont été contraintes d'améliorer constamment leurs modèles d'évaluation du risque de crédit. Malgré la multiplication de l'offre des modèles et des approches statistiques qui leur a été proposée, il demeure que la réponse à la question : combien prêter ? reste toujours à la discrétion des analystes en crédit. En effet, les différents modèles de pointage de crédit proposés à ce jour dans la littérature se proposent d'offrir une évaluation quantitative du risque de crédit de l'emprunteur (ex. : sa probabilité de défaut) qui peut certainement être utile dans le processus de décision : prêter ou ne pas prêter, mais sans pour autant offrir de mesure quantifiable à propos du montant que celui-ci serait capable de rembourser. Dans le présent mémoire, nous développons un indicateur de capacité de remboursement marginale pour petites et moyennes entreprises ayant pour but de donner une estimation du montant optimal à prêter. Aussi, nous identifions les déterminants de cet indice et apportons des évidences empiriques à cet effet. Finalement, nous mesurons et testons la significativité de l'amélioration apportée par cet indice à un modèle de pointage de crédit. Nos résultats démontrent que l'indice de capacité de remboursement marginale apporte une amélioration significative à la capacité prédictive du modèle de pointage, d'où l'importance de sa considération dans le processus de gestion du risque de crédit de la banque.

**Mots clés :** capacité de remboursement, risque de crédit, petites et moyennes entreprises, pointage de crédit, prédiction du défaut, cote de risque de crédit.

## Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Sommaire</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Mise en situation . . . . .	1
1.2 Vers une évaluation quantitative du risque de crédit . . . . .	2
1.3 Développement des modèles . . . . .	3
1.4 Problématique . . . . .	4
1.5 Objectifs et apports de recherche . . . . .	5
1.6 Plan du travail de recherche . . . . .	6
<b>2 Cadre conceptuel</b>	<b>7</b>
2.1 Définitions . . . . .	7
2.2 Situation du marché de crédit aux PME . . . . .	11
2.3 Historique du pointage du risque de crédit . . . . .	13
2.4 Avantages et limites du pointage de crédit . . . . .	16
2.5 Implications du pointage de crédit . . . . .	21
2.6 Modélisation du risque de défaut . . . . .	26
2.7 Les approches statistiques de modélisation . . . . .	37
2.8 Comparaison de la performance des approches . . . . .	47
<b>3 Données</b>	<b>49</b>
3.1 Description de la base de données . . . . .	49
3.2 Critères de sélection et de nettoyage . . . . .	50

---

<b>4</b>	<b>Sélection des variables candidates et hypothèses</b>	<b>54</b>
4.1	Variables de bilan . . . . .	55
4.2	Variables de l'état des résultats . . . . .	57
4.3	Variables détenues exclusivement par l'institution financière . . . . .	58
4.4	Ratios financiers . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Statistiques descriptives</b>	<b>68</b>
5.1	Composition de notre échantillon . . . . .	68
5.2	Comparaison des taux de défaut selon la cote de risque . . . . .	72
5.3	Comparaison des taux de défaut selon le défaut antérieur . . . . .	73
5.4	Comparaison des groupes de défaut et de non-défaut . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Méthodologie de recherche</b>	<b>79</b>
6.1	Modélisation de la probabilité de défaut . . . . .	79
6.2	Construction de l'indice de capacité de remboursement marginale (CRM) . . . . .	87
6.3	Identification des déterminants de la CRM . . . . .	93
6.4	Mesure de la capacité discriminante de l'indice de CRM . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Analyse des résultats</b>	<b>97</b>
7.1	Estimation de la probabilité de défaut . . . . .	97
7.2	Comparaison des indicateurs de CRM . . . . .	108
7.3	Analyse des déterminants de la CRM . . . . .	112
7.4	Mesure de l'amélioration de la performance prédictive apportée par l'indice de CRM . . . . .	118
<b>8</b>	<b>Discussion et avenues de recherche</b>	<b>123</b>
<b>9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
	<b>Références</b>	<b>131</b>
	<b>Annexes</b>	<b>139</b>

## Liste des tableaux

1	Illustration d'une matrice de confusion . . . . .	36
3	Ratios financiers candidats au modèle . . . . .	65
4	Fréquence des défauts et des non-défauts au sein de notre échantillon . . . . .	70
5	Distribution des défauts selon l'état du défaut antérieur . . . . .	74
6	Comparaison des moyennes des défauts et des non-défauts . . . . .	76
7	Comparaison des moyennes des défauts et des non-défauts (suite) . . . . .	77
8	Estimation des probabilités de défaut . . . . .	98
9	Estimation du défaut avec les indicateurs de la CRM . . . . .	111
10	Régression par MCO sur les déterminants de la CRM . . . . .	114
11	Régression par MCO sur les déterminants de la CRM (avec probabilité de défaut) . . . . .	115
12	Estimation des probabilités de défaut avec l'indice de CRM . . . . .	120
13	Test de significativité de l'amélioration apportée par l'indice de CRM . . . . .	122
14	Matrice de corrélation entre les variables du modèle de pointage de crédit . . . . .	140
15	Régression par MCO sur les déterminants de la CRM après correction pour l'hétéroscédasticité . . . . .	141
16	Régression par MCO sur les déterminants de la CRM après correction pour l'hétéroscédasticité (avec probabilité de défaut) . . . . .	141

## Liste des figures

1	Schéma des techniques de validation hors-échantillon. . . . .	34
2	Arbre de classification issu de Frydman, Altman et Kao (1985) . . . . .	46
3	Distribution des entreprises selon la taille de leurs actifs . . . . .	68
4	Distribution des entreprises selon leur chiffre d'affaire annuel . . . . .	69
5	Distribution des entreprises selon leur cote de risque . . . . .	71
6	Distribution des entreprises selon le pourcentage de remboursement de leur prêt . . . . .	72
7	Taux de défaut au sein de chaque catégorie de risque . . . . .	73
8	Test de Hosmer et Lemeshow . . . . .	99
9	Régression quantile sur les probabilités de défaut estimées . . . . .	101
10	Distribution des deux indicateurs de capacité de remboursement marginale	110
11	Courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur . . . . .	112
12	Graphique de dispersion des distances basées sur le MVE . . . . .	139
13	Graphiques de dispersion des résidus Dfbêtas . . . . .	139

# 1 Introduction

## 1.1 Mise en situation

Depuis bien des lustres, le crédit commercial est d'actualité. Les écrits émanant de la période sumérienne (3000 - 1900 av. J.-C.) indiquent que durant cette période, les taux d'intérêt se situaient entre 20 et 33 % (Homer, 1963). Ceci implique que la gestion du risque de crédit rivalise avec d'autres aspirants pour le titre du métier le plus vieux du monde (Durant, 1917). À travers les temps, les outils d'analyse du risque ont évolué et les prêteurs ont commencé à considérer l'analyse de ratios financiers dès l'aube du 19ème siècle (Dev, 1974). Cependant, ce n'est qu'après les travaux de Beaver (1966) et d'Altman (1968) que le pointage de crédit pour les prêts commerciaux a réellement pris son envol.

Le pointage de crédit est défini comme étant le processus d'assignation d'une mesure quantitative unique à un emprunteur potentiel de manière à fournir une estimation de sa performance de remboursement future (Feldman, 1997). Comme les banques commerciales retirent la majeure partie de leurs bénéfices des activités de prêts, elles se sont montrées très intéressées par de telles techniques d'évaluation. Ainsi, en 1998, plus de 62 % des banques américaines ont déclaré faire appel au pointage de crédit dans leur processus d'analyse des demandes de prêts issues des entreprises privées (Berger et Frame, 2007).

Dans le portefeuille de crédit des banques, les prêts consentis aux petites et moyennes entreprises (PME) occupent une place de plus en plus prépondérante. À cet effet, de nombreux auteurs tels Kolari et Shin (2004) et Berger (2004) ont souligné l'importance des prêts aux PME au niveau de la profitabilité globale des banques. En outre, il a été démontré à travers les travaux de Saurina et Trucharte (2004) que les prêts accordés aux PME étaient plus risqués que ceux accordés aux grandes entreprises. À cause de l'opacité,

de l'hétérogénéité ainsi que du manque d'information entourant les PME, les banques faisaient appel à des données concernant leurs propriétaires afin d'évaluer le risque de crédit de celles-ci. Cependant, le développement technologique a permis un meilleur accès à l'information concernant les PME et les nouvelles méthodes statistiques ont grandement facilité l'évaluation de leur risque de crédit. Certains auteurs comme Altman et Sabato (2006) ont alors démontré que dorénavant, les banques devaient développer des modèles de pointage spécifiquement adressés aux PME dans le but de minimiser les pertes escomptées et non escomptées.

Dans une tendance de libéralisation des prêts commerciaux, d'un accroissement de la concurrence ainsi que d'une réglementation plus stricte, il est devenu impératif pour les banques de se doter d'instruments d'évaluation de crédit efficaces.

## 1.2 Vers une évaluation quantitative du risque de crédit

Les décisions de prêts aux PME ont été historiquement établies selon le jugement des experts en crédit. Ces derniers font appel à leur savoir ainsi qu'à leur expérience pour apporter une appréciation du risque que représente la firme. Leur analyse est basée, dans la majorité des cas, sur un ensemble de caractéristiques appelées "5 C", soit : (1) le caractère (but du projet, qualité de gestion, etc.), (2) les conditions (cycle de vie de l'entreprise, niveaux de concurrence sur le marché, etc.), (3) le capital (niveau d'endettement, etc.), (4) la capacité (flux monétaires générés par les activités d'exploitation, etc.) et (5) le collatéral (valeur des garanties présentées, etc.). Malgré que ces caractéristiques soient pour la plupart directement observables, il résulte néanmoins que les décisions des experts ne sont pas totalement dénuées de subjectivité.

Les travaux de Beaver (1966) et d'Altman (1968) ont montré que pour le cas des PME,

le développement d'un modèle de pointage de crédit ayant une capacité discriminante élevée était bel et bien possible. Leurs modèles étaient performants, basés sur un nombre restreint de ratios financiers et fournissaient une réponse immédiate à la décision de prêt. En plus de leur objectivité totale, il a été démontré dans certaines études, comme celle de Libby (1975), que les modèles de pointage de crédit offraient une meilleure performance que le jugement des experts. Cependant, malgré ces évidences empiriques, les banques sont restées, pour un certain temps, réticentes face à l'utilisation du pointage de crédit pour les PME. Ce n'est qu'au début des années 2000, soit après les travaux de Sobehart, Keenan et Stein (2000), que les banques ont réalisé qu'étant donné la faible exposition individuelle face aux prêts pour les PME, il n'était pas économiquement profitable, dans la plupart des cas, de déployer plus de ressources pour évaluer leur qualité de crédit.

Dès lors, les banques ont commencé à développer leurs propres modèles de pointage. Celles ayant décidé de ne pas relever le défi ou désirant tout simplement avoir un deuxième avis, pouvaient toujours recourir aux cotes de risques développées grâce aux modèles internes des bureaux de crédit, et ce, moyennant certains frais.

### 1.3 Développement des modèles

La précision du modèle de pointage est d'une importance cruciale pour la banque qui l'utilise. Premièrement, celui-ci permet d'apporter une décision à la demande de prêt et de charger le taux d'intérêt qui correspond au risque réel de l'entreprise. Il va ainsi sans dire que la rentabilité de la banque dépendrait largement de la performance de ce modèle. Deuxièmement, un bon modèle de pointage permettrait une meilleure allocation économique et réglementaire du capital. Ainsi, les investissements de la banque iraient dans les projets les plus rentables en total respect des contraintes réglementaires imposées par l'accord de Bâle. Enfin, une meilleure quantification du risque permettrait aux gestionnaires

de la banque de prendre des décisions plus éclairées quant aux renouvellements des prêts et quant à l'utilisation de produits dérivés à des fins de couverture.

Par conséquent, il ne fut pas étonnant de voir les modèles de pointage de crédit se multiplier autant que les approches statistiques utilisées pour les développer. Allant de l'analyse discriminante aux systèmes de Bayes naïfs, tout en passant par les arbres de classification et les réseaux de neurones, les approches statistiques de pointage furent en constante quête d'un meilleur pouvoir prédictif.

## 1.4 Problématique

Malgré la multiplication des approches et des modèles de pointage, il demeure que la stratégie de développement la plus souvent utilisée reste la même : les développeurs commencent par recueillir un nombre suffisant de caractéristiques observables (généralement une cinquantaine), puis analysent la précision des différentes combinaisons possibles et finalement, identifient le sous-ensemble qui va rentrer dans le modèle et servir ainsi dans la pratique. À notre connaissance, aucune étude n'a considéré l'emploi éventuel d'une variable non directement observable.

Par ailleurs, les modèles de pointage fournissent, certes, une quantification du niveau de risque de l'emprunteur, mais n'apportent aucune indication quant au montant que ce dernier pourrait éventuellement rembourser. Ainsi, ces modèles fournissent une réponse à la question prêter ou ne pas prêter, mais deviennent impuissants lorsque vient le temps de répondre à la question : combien prêter ?

Se baser sur la cote de risque de crédit pour déterminer le montant à prêter ne constituerait pas une approche judicieuse. Les travaux de Carboni (2007) ont montré que la cote de risque pour particuliers (développée selon un modèle de pointage d'une banque canadienne)

était plus un indicateur de délinquance (retard de paiement de factures, chèques sans provision, etc.) qu'un indicateur de capacité de remboursement. De ce fait, nous présumons que, probablement, cette conclusion pourrait également être valable pour les PME. Ainsi, celles ayant les meilleures cotes de risque ne seraient pas forcément celles qui peuvent supporter le plus de dette supplémentaire.

## 1.5 Objectifs et apports de recherche

Notre travail de recherche constitue une première étude empirique visant à construire un indicateur de capacité de remboursement marginale qui répond à la question : combien prêter ? Notre approche visera à déterminer ce montant sur la base d'un objectif de maximisation des profits espérés de la banque.

Pour ce faire, notre approche consistera dans un premier temps à déterminer un modèle de pointage de crédit pour un échantillon de prêts issus d'une banque canadienne. Nous apporterons ainsi des évidences empiriques à propos de l'effet de certaines variables sur la probabilité de défaut des PME.

Comme la capacité de remboursement marginale est une donnée qui n'est pas directement observable et que nous sommes les premiers à l'étudier, nous proposerons, dans un deuxième temps, deux méthodologies différentes menant à sa détermination. Nous confronterons ces deux approches et déterminerons celle qui offre le plus grand pouvoir prédictif du défaut des firmes.

Dans un troisième temps, notre étude aura pour objectif d'identifier les déterminants de la capacité de remboursement marginale. Nous analyserons leurs effets sur cette dernière et apporterons de nouvelles évidences empiriques.

Dans un quatrième et dernier temps, nous évaluerons l'amélioration apportée par l'indice de capacité de remboursement marginale au modèle de pointage de crédit identifié auparavant. Cette évaluation sera faite sur un échantillon indépendant et sa significativité sera mesurée.

La méthodologie utilisée dans cette étude permettra également de dégager des évidences empiriques autres que celles reliées aux objectifs de la recherche. Ces évidences seront aussi discutées en détail.

## 1.6 Plan du travail de recherche

La structure de notre recherche se présente comme suit :

La première partie dresse le cadre théorique de notre étude en retraçant les diverses avancées ayant eu lieu durant les dernières décennies en matière de pointage de crédit pour PME. Nous y introduirons des définitions pertinentes ainsi que des concepts qui guideront la compréhension du lecteur tout au long de ce mémoire. Nous entamerons la deuxième partie de l'étude par la présentation des données utilisées ainsi que par la description du processus détaillé de nettoyage. La troisième partie sera consacrée à l'introduction des variables disponibles pour cette étude ainsi qu'à la formulation d'hypothèses. Des statistiques descriptives donnant un avant-goût des résultats obtenus seront présentées dans la quatrième partie de ce mémoire. La partie qui suivra énoncera la méthodologie utilisée pour mener l'étude ainsi que les différents tests statistiques auxquels nous nous sommes fiés. Les résultats de notre étude seront présentés, interprétés, analysés et comparés à ceux trouvés dans la littérature dans la sixième partie du travail. Finalement, nous discuterons des limites de notre étude et proposerons des avenues de recherches, après quoi nous terminerons notre analyse par une conclusion générale.

## 2 Cadre conceptuel

La présente section a pour objectif de présenter le cadre théorique dans lequel s'insère ce mémoire. Sur la base des travaux qui nous ont précédés, nous proposons d'apporter d'abord un bref historique du pointage de crédit, après quoi, nous passerons en revue ses avantages et ses inconvénients. Nous analyserons ensuite les répercussions que son adoption a eues sur les pratiques bancaires. Après cela, nous identifierons les spécificités de la modélisation lors du développement des modèles de pointage de crédit. Par la suite, nous analyserons les approches les plus souvent utilisées et passerons en revue une comparaison de leurs performances. Mais avant toute chose, nous avons jugé nécessaire d'apporter quelques définitions et de revoir la situation actuelle du marché de crédit aux PME.

### 2.1 Définitions

#### 2.1.1 Petites et moyennes entreprises

Avant d'aller plus loin dans notre recherche, il convient tout d'abord d'apporter une définition de ce qu'est une PME. On se fie généralement sur un ou plusieurs critères pour les classer, à savoir : le nombre d'employés, le chiffre d'affaires annuel et la taille des actifs. Il n'existe malheureusement pas de définition universelle pour le concept de PME et la frontière entre PME et grande entreprise diffère d'une économie à l'autre.

L'Union européenne définit les PME comme étant des entreprises qui comptent moins de 250 employés et dont le chiffre d'affaires annuel n'excède pas 50 millions d'euros. Aux États-Unis par contre, la Small Business Administration a établi des normes pour chaque catégorie du Système de Classification des Industries d'Amérique du Nord. Ainsi, les critères pour différencier les PME des grandes entreprises américaines dépendent première-

ment du secteur d'activité. Néanmoins, on retrouve parmi les critères de classification les plus communs :

- Moins de 500 employés dans la plupart des industries d'exploitation minière et du secteur de la fabrication.
- Moins de 100 employés dans les industries du commerce de gros.

Au Canada, Industrie Canada a défini les PME comme étant des exploitations commerciales :

- comptant moins de 500 employés, et
- ayant un chiffre d'affaires annuel inférieur à 50 millions de dollars.

Cette définition exclut les entreprises non constituées en personne morale, les organisations à but non lucratif, les organismes publics, les établissements d'enseignement, les hôpitaux, les filiales, les coopératives ainsi que les sociétés de financement et de contrats de location-acquisition.

### **2.1.2 Pointage de crédit**

Le pointage de crédit est défini selon Mester (1997) comme étant une méthodologie utilisant des données historiques et des techniques statistiques pour évaluer le risque de crédit d'un demandeur de prêt. Ces méthodes statistiques transforment des informations quantitatives au sujet d'un particulier (revenu, valeur des actifs, historique de crédit, etc.) ou d'une entreprise (ratios financiers, secteur d'activité, rapports de crédit, etc.) en une mesure numérique que la banque peut utiliser pour classer les emprunteurs selon leur risque de défaut.<sup>1</sup>

---

1. Dans ce mémoire, nous considérerons que le risque de défaut est la seule composante qui rentre dans la détermination du risque de crédit.

Pour construire un modèle de pointage, les développeurs sélectionnent tout d'abord un ensemble de caractéristiques reliées à d'anciens emprunteurs (ou à des emprunteurs actuels dans certains cas) qui peuvent déterminer et éventuellement expliquer leur comportement (à savoir s'ils ont fait défaut ou non). Grâce à ces caractéristiques, un modèle de pointage est construit et testé sur un nouvel échantillon. Un bon modèle de pointage aura un pouvoir discriminant élevé et donnera un nombre élevé de points (ou une faible probabilité de défaut) aux prêts ayant bien performé et vice versa. Les praticiens utilisent alors un ou plusieurs points de coupure qui vont déterminer le nombre de points requis pour qu'un nouveau prêt soit accepté ou refusé. Généralement, ils se limitent à deux points de coupure. Un premier point pour déterminer le nombre de points en bas duquel le prêt est automatiquement rejeté, et un deuxième point en haut duquel le prêt est automatiquement accepté. La zone s'étalant entre les deux points est appelée "zone grise" et requiert l'expertise d'un responsable au crédit pour évaluer le prêt. Cependant, aucun modèle n'est parfait et on peut s'attendre à observer deux types d'erreurs :

- Erreur de type I : classifier un prêt comme étant "bon" alors que celui-ci a connu un défaut.
- Erreur de type II : classifier un prêt comme étant "mauvais" alors que celui-ci n'a pas connu de défaut.

### 2.1.3 Cote de risque de crédit

Les cotes de risques de crédit pour PME sont des évaluations numériques discrètes du risque de crédit qu'elles représentent. Elles ont ainsi pour but de regrouper les firmes présentant des risques similaires dans la même catégorie ou classe de risque. Il existe deux types de cotes de risques :

- Les cotes de risque internes : ces cotes sont développées au sein des banques grâce à leur propre modèle d'évaluation. En plus des informations publiques détenues à propos des

PME, ces modèles peuvent inclure certaines informations relevant du domaine privé. Ces informations sont tirées des formulaires de demandes de prêts remplis par les PME ainsi que des documents exigés par la banque aux fins d'évaluation de leur santé financière.

- Les cotes de risque externes : ces cotes sont développées par des agences de notations externes puis vendues aux banques par la suite. L'information qu'elles comportent relève essentiellement du domaine public. Parmi les principales agences de notations pour PME au Canada on retrouve Equifax et Dun and Bradstreet.

Comme les sources d'informations diffèrent relativement selon le type de cote, certaines banques utilisent les deux cotes dans leur processus d'évaluation des demandes de prêts.

Les cotes de risques externes sont des outils fréquemment utilisés par tous les types de créanciers avec lesquels une PME pourrait faire affaire. Geoff Vincent, vice-président, petites entreprises, chez Dun and Bradstreet Canada, souligne que parmi les 1,4 million de PME recensées au Canada, 1,2 millions ont déjà fait l'objet d'un rapport d'une agence d'évaluation de crédit. Parmi les plus importantes sources de renseignements de ces agences, figurent les quelque 2 000 plus grandes entreprises qui fournissent des données sur les comptes débiteurs, les compagnies de téléphone, les câblodistributeurs ainsi que les banques. Cependant, même s'il existe des rapports sur la majorité des entreprises au Canada, dans beaucoup trop de cas les informations qui y sont contenues sont désuètes ou incomplètes. Vincent affirme que :

“Tous les ans, l'exactitude des dossiers de crédit chute de 20 %, et ce, non pas parce que les renseignements sont de piètre qualité, mais plutôt parce que les situations changent”.<sup>2</sup>

Ces cotes externes intègrent rarement des données comptables relatives à la capacité de remboursement des entreprises. Selon Vincent, 95 % des entreprises auxquelles des agences

---

2. [www.visa.ca](http://www.visa.ca) : “Quelle est l'importance de la cote de solvabilité de votre entreprise”, Octobre 2006.

comme Dun and Bradstreet demandent de soumettre leurs états financiers refusent pour des raisons de concurrence et de confidentialité.

Malgré qu'il soit impossible de savoir comment les cotes externes ont été obtenues compte tenu de la confidentialité qui les entoure, nous pouvons remarquer qu'elles ne tiennent pas compte directement des données relatives à la capacité de remboursement des PME. Ces cotes sont essentiellement affectées par des informations liées à la délinquance de l'entreprise tels les retards de paiement de factures, le nombre de chèques sans provision, etc. Certes, les cotes de risque de crédit peuvent fournir une image sur la situation financière de la firme, mais ne peuvent cependant livrer une information claire sur le montant du prêt que celle-ci serait capable de rembourser.

## 2.2 Situation du marché de crédit aux PME

Comme nous l'avons vu précédemment, la définition de PME peut sembler ambiguë et différente d'un pays à l'autre. Cependant, il importe de noter que son importance dans le tissu économique fait partout l'unanimité. Que ce soit en nombre ou en apport relatif à la création de richesse, les PME sont considérées comme étant la colonne vertébrale de l'économie dans la quasi-totalité des pays du monde. Par exemple, dans tous les pays de l'OCDE, le pourcentage des PME par rapport au nombre total de firmes est supérieur à 97 %. Aux États-Unis, ce pourcentage passe à plus de 99 % et les PME y emploient 50,9 % des travailleurs et y contribuent à plus de la moitié du PIB hors-agriculture.<sup>3</sup> Au Canada, on recense près de 1,4 millions de PME. Celles-ci sont concentrées majoritairement (99,7 %) dans le segment où l'on compte moins de 100 employés.<sup>4</sup> Les PME représentent

---

3. United States Small Business Administration. The Small Business Economy, A Report to the President. Décembre 2007.

4. Programme de Recherche sur le Financement des PME, *Principales statistiques sur le financement des petites entreprises*, Décembre 2006.

environ 98 % des entreprises canadiennes et ce pourcentage tourne autour de 96 % pour le cas du Québec.<sup>5</sup>

Si le financement des PME représente une pierre angulaire dans le développement économique, son importance pour les institutions financières n'est pas des moindres. À l'échelle canadienne, les autorisations de prêt de moins de 250 000 \$ (il est permis de penser que la plupart étaient destinées aux PME) totalisaient, en 2005, plus de 70 milliards de dollars.<sup>6</sup>

Le mode de financement des PME diffère à plusieurs égards de celui des grandes entreprises. Les PME semblent plus s'orienter vers un financement par emprunt ou par crédit-bail plutôt que vers un financement par capitaux propres. En effet, le financement par capital de risque, qui représente la principale source de financement des PME par capitaux propres, ne convient pas à l'ensemble de celles-ci. Pour qu'une PME puisse profiter d'une injection de capital de risque, il faudrait que son projet soit fort prometteur ou que sa croissance soit assez exceptionnelle. Ceci limite l'accès à bon nombre de PME à ce type de financement. Par ailleurs, soulignons que l'industrie du capital de risque ne connaît plus sa période dorée. Après l'éclatement de la bulle techno, le financement par capital de risque au Canada a été réduit de plus de 50 %, et ce, autant au niveau du montant investi qu'au niveau du nombre de financements.<sup>7</sup>

Faute de ne pouvoir s'orienter vers d'autres types de financements à moindre coût, la majorité des PME privilégie l'emprunt bancaire. Ceci est illustré par le fait qu'une PME canadienne sur cinq a présenté une demande de financement à sa banque en 2004, alors que seulement 1,4 % ont privilégié le financement par capitaux propres durant la même année.<sup>8</sup> Cependant, l'information fournie par les PME aux banques est généralement plus

---

5. Programme de recherche sur le financement des PME, *Profil de financement des petites entreprises*, Août 2007.

6. Statistique Canada, *Enquête sur le financement des petites et moyennes entreprises*, 2005.

7. Macdonald and Associates Limited, 2005.

8. *ibid.*

opaque que celle fournie par les grandes entreprises. Tout d'abord, leurs états financiers ne sont pas vérifiés dans la plupart des cas. Aussi, elles n'ont généralement ni dette, ni équité échangées sur les marchés financiers publics pouvant témoigner de leur santé financière. Pour faire face à cette demande massive de financement de la part des PME ainsi qu'à l'opacité entourant leurs conditions, les banques utilisent différentes technologies de prêt, dont notamment le pointage de crédit ou "*credit scoring*".

### 2.3 Historique du pointage du risque de crédit

Les premiers modèles de pointage de crédit ont été construits à l'aide d'échantillons de prêts divisés en deux groupes : les "bons" prêts et les "mauvais" prêts. Cette différenciation se faisait dans la majorité des cas sur la base d'évènements tels que la faillite ou la délinquance. Dès lors, les différentes techniques utilisées visaient à discriminer entre ces deux groupes en s'appuyant sur certaines caractéristiques propres aux emprunteurs.

L'idée de discriminer statistiquement des groupes de la population a été introduite par Fisher (1936). Son approche a ciblé la différenciation entre trois variétés d'Iris à partir de la taille et de la morphologie des fleurs. Par la suite, Durand (1941) a été le premier à reconnaître qu'une telle technique pouvait être appliquée aux prêts pour différencier les bons des mauvais.

Ce n'est que durant les années soixante que les premières tentatives empiriques de prévision du défaut ont vu le jour. Beaver (1966) et Altman (1968) ont été les pionniers de l'utilisation des ratios financiers dans le but de prévoir la faillite des firmes privées. Beaver (1966) a utilisé une approche univariée et a conclu que le ratio "flux de trésorerie / dette" était le meilleur prédicteur unique du défaut des firmes. L'analyse discriminante univariée de Beaver (1966) a alors conduit à une analyse discriminante multivariée, introduite cette

fois par Altman (1968). Celui-ci a utilisé cinq ratios pour prédire le défaut, créant ainsi le célèbre “Zeta Score” ou “Z-Score”. La popularité de ce modèle vient de son fort pouvoir discriminant et de la facilité de son interprétation. En effet, le modèle a réussi à classifier correctement 94 % des compagnies ayant fait défaut et 97 % des compagnies n’ayant pas fait défaut, et ce, un an avant le défaut. Ces modèles seront étudiés plus en détails à la section 2.7.

Ce n’est finalement qu’avec l’arrivée des cartes de crédit à la fin des années soixante que le pointage de crédit a pris son envol dans le milieu pratique. Dû à la popularité grandissante de ces nouveaux moyens de paiement, les banques se retrouvaient quotidiennement avec un nombre de demandes de cartes de crédit impossible à traiter sans automatisation. Lorsque ces banques ont utilisé le pointage de crédit, elles ont noté que cette méthode offrait un meilleur prédicteur que n’importe quel jugement humain et que les taux de défaut au sein de leurs portefeuilles de crédit pouvaient être baissés de plus de 50 % dans certains cas (Thomas, 2000) . Grâce aux apports en économie de coûts et en amélioration des décisions, le pointage de crédit s’est tissé une place au sein des institutions financières.

Le pointage de crédit a connu tellement de succès sur le plan du crédit à la consommation qu’il est vite devenu un standard pour les prêts hypothécaires. Aux États-Unis, en 1995, la Federal Home Loan Mortgage Corporation (Freddie Mac) et la Federal National Mortgage Corporation (Fannie Mae) ont toutes les deux adressé une lettre aux prêteurs hypothécaires américains. Dans leurs lettres, les deux agences ont souligné l’utilité du pointage de crédit et ont encouragé les prêteurs à l’utiliser pour mieux évaluer le risque de crédit des hypothèques qui leur seront destinées pour une éventuelle vente (Avery *et al.*, 1996).

Cependant, le pointage de crédit pour PME n’a connu de succès sur le plan pratique qu’à la fin des années 90. Une des raisons derrière ce retard était que contrairement aux prêts aux particuliers, les prêts aux entreprises étaient beaucoup moins homogènes. Deux

facteurs ont alors changé le cours des choses. Le premier fut l'amélioration de la puissance des ordinateurs, qui a permis de développer de nouvelles méthodologies et a augmenté la disponibilité des données. Le deuxième facteur fut selon Berger, Frame et Miller (2005), la découverte que les informations relatives à la situation de crédit du propriétaire offraient une bonne mesure du risque de crédit de la firme.

Les premières banques à utiliser des modèles de pointage de crédit pour PME étaient les grandes banques américaines (Wells Fargo, Citicorp, et Bank of America) ayant l'avantage de détenir un échantillon suffisant de prêts pour construire un modèle précis. À titre d'exemple, le modèle de Bank of America a été construit sur la base d'un échantillon de 15 000 "bons" prêts et 15 000 "mauvais" prêts (Oppenheim, 1996). Les plus petites institutions se sont alors tournées vers des fournisseurs externes.

Le plus gros fournisseur externe aux États-Unis, Fair Isaac and Company (FICO), a introduit son premier modèle de pointage de crédit pour PME en 1995. Ce modèle a utilisé dans un premier temps 5 000 prêts pour PME s'étalant sur une période de 5 ans et recueillis dans 17 États américains. Dans un deuxième temps, l'échantillon du modèle a été élargi et a porté sur un échantillon de prêts recueillis dans 25 États américains (Berger et Frame, 2007). Après le développement du modèle par FICO, le pointage de crédit pour PME est devenu à la portée de toutes les banques aux États-Unis. Depuis, le sujet a gagné un intérêt grandissant au sein de la communauté des académiciens et des praticiens, et même s'il présente certaines limites, les avantages du pointage de crédit pour PME ne cessent d'étonner.

## 2.4 Avantages et limites du pointage de crédit

### 2.4.1 Avantages

#### Objectivité

Le pointage de crédit repose sur des processus mathématiques et statistiques automatisés qui visent à déterminer la qualité d'un emprunteur. Il fournit une prédiction quantitative du risque. La nature de celle-ci dépend de la méthode statistique utilisée. À titre d'exemple, dans certains cas, elle est sous forme de probabilité (ex. : la probabilité pour qu'un emprunteur ayant telles caractéristiques ait un retard de paiement de 90 jours ou plus est de 3 %). Par contre, le jugement humain repose sur l'impression du responsable de crédit acquise à travers son expérience. Mis à part la classification de l'emprunteur dans l'une des catégories de risque (ex. : faible risque, risque moyen, risque élevé), le jugement humain ne peut fournir une prédiction quantitative aussi précise que celle des méthodes probabilistes.

En outre, le pointage de crédit traite deux applications identiques de la même manière. Ainsi, si deux emprunteurs ont exactement les mêmes caractéristiques, ils recevront la même prédiction du risque. Une telle consistance n'est pas toujours observée au niveau du jugement humain. Ce dernier peut varier d'un responsable de crédit à l'autre, ou pour un même responsable de crédit dépendamment de son humeur. Le jugement humain n'est pas à l'abri de fournir deux quantifications différentes pour le même risque.

Finalement, contrairement au jugement humain, le pointage de crédit ne considère que les facteurs ayant statistiquement un pouvoir prédictif du défaut. Tout biais humain basé sur des facteurs tels l'origine ethnique, la religion, le statut matrimonial ou tout autre facteur prohibé par la réglementation est donc écarté.

### **Rapidité**

Un autre avantage du pointage de crédit est qu'il réduit significativement le temps de traitement des demandes de crédit. Cet objectif est atteint sur deux stades différents : d'une part, les responsables de crédit passent moins de temps à collecter les informations, car seules les variables incluses dans le modèle seront nécessaires ; d'autre part, la technologie utilisée dans les systèmes de pointage leur sert de support et leur permet de prendre des décisions en un temps plus restreint.

L'économie de temps réalisée grâce à l'adoption du pointage de crédit par les banques dépend grandement de la manière dont il est utilisé. Si le pointage de crédit est utilisé pour accepter ou refuser automatiquement un prêt, la décision peut être rendue instantanément. Par contre, s'il est utilisé comme support par les responsables au crédit afin de les aider dans leur prise de décision, une économie de temps sera réalisée, mais sera quand même moindre que dans le premier cas. Grâce aux systèmes de pointage, les décisions ont pu être rendues en quelques heures plutôt qu'en quelques jours, voire quelques semaines. Une étude effectuée aux États-Unis par le Business Banking Board a fait remarquer que le temps moyen d'approbation des demandes de crédit provenant des PME a été réduit à 12,5 heures, alors que dans le passé, ce temps pouvait aller jusqu'à deux semaines. Dans cette même optique, Barnett Bank a reporté une baisse considérable du temps moyen alloué au traitement des demandes de crédit reçues des PME. Ce temps moyen est passé selon elle, de 3 à 4 semaines avant l'adoption d'un système de pointage à seulement quelques heures après sa mise en place (Lawson, 1995).

### **Économie de coûts**

Le coût d'un pointage pour un prêt commercial varie entre 1,5 et 10 \$ (Muolo, 1995). Ce coût est relativement peu élevé si l'on tient compte des économies de temps qu'il peut

générer; et qui dit économie de temps dit économie d'argent. Même pour les banques ne désirant pas automatiser leurs décisions, les systèmes de pointage peuvent s'avérer rentables dans la mesure où ils peuvent améliorer la productivité de leurs responsables au crédit. Ceux-ci peuvent passer moins de temps sur les cas qui sont au-dessous ou au-dessus des points de coupure et concentrer leurs efforts sur les cas plus délicats se trouvant dans la zone grise (entre les points de coupure).

Par ailleurs, les recherches entourant le marché de crédit aux PME ont souligné l'existence d'asymétries d'information significatives entre les banques et cette catégorie de firmes (Nakamura, 1993). À cet effet, Frame, Srinivasan et Woosley (2001) ont conclu que le nombre de succursales détenues par les grandes banques était positivement lié à la portion de leur portefeuille de crédit dédiée aux prêts aux PME. Ceci est expliqué selon les auteurs par le fait que les PME dépendent fortement des banques locales pour des raisons d'asymétrie d'information. Pour pallier à ce problème, les banques et les PME ont historiquement privilégié des relations à long terme basées sur une interaction proche et continue entre elles. Cela permettrait de générer une meilleure information à propos de l'état de santé financière des PME (Frame, 1995). Cependant, au moyen de deux équations simultanées, Frame, Srinivasan et Woosley (2001) trouvent aussi que la probabilité d'adoption des techniques de pointage de crédit pour évaluer les prêts aux PME est positivement liée au nombre de succursales. Les auteurs ont affirmé alors que l'utilisation des systèmes de pointage de crédit pour évaluer les demandes de prêts aux PME réduisait les coûts d'informations et les asymétries existant entre la banque et ces dernières.

Finalement, le pointage de crédit permet non seulement une économie de temps et de coût pour la banque, mais aussi pour la PME qui veut emprunter. Celle-ci n'a besoin de fournir que l'information requise par le système de pointage lors de la présentation de sa demande de crédit.

### **Amélioration de la performance**

Un autre avantage du pointage de crédit est qu'il est explicite. Basé sur des impressions, le jugement humain fait appel à plusieurs processus d'analyse vagues qui peuvent difficilement être transmis. Les analystes eux-mêmes sont quelques fois incapables d'expliquer les raisonnements derrière leurs décisions. Cependant, peu importe la méthode statistique utilisée pour prédire le défaut, ses différents processus peuvent facilement être communiqués, analysés et améliorés quand cela est nécessaire.

L'amélioration de la performance de prédiction générée par les méthodes quantitatives par rapport au simple jugement humain a été empiriquement étudiée par Libby (1975). Dans son étude, il a demandé à 16 préposés au crédit travaillant dans de petites banques et 27 autres préposés travaillant dans de grandes banques de prédire lesquelles des 30 firmes, parmi les 60 qui leur ont été présentées, allaient faire défaut sur un horizon de 3 ans. Les préposés ont demandé 5 ratios financiers afin d'effectuer leurs prédictions. Malgré que leurs jugements ont été corrects à hauteur de 74 % du temps, d'autres alternatives plus simples comme le modèle avec un seul ratio "passifs / actifs" présentaient de meilleurs résultats.

#### **2.4.2 Limites**

Malgré le fait que le pointage de crédit offre plusieurs avantages, il n'est pas sans limites. Une première limite est que son utilisation n'est pas toujours synonyme d'un meilleur pouvoir prédictif. Les informations qualitatives ne pouvant être incluses dans les modèles statistiques sont toutes aussi importantes que les informations quantitatives. Berger, Frame et Miller (2005) ont trouvé que les banques utilisant le pointage de crédit dans le processus d'évaluation des prêts aux PME connaissaient des taux de défauts supérieurs,

spécialement lorsque le pointage était utilisé pour automatiquement accepter ou refuser les demandes de prêts. Dans une autre étude, Deyoung, Glennon et Nigro (2008) trouvent que la distance banque-PME est associée à une augmentation du taux de défaut moyen, sauf pour les banques utilisant le pointage de crédit. Ceci peut paraître en contradiction avec les conclusions précédentes. Toutefois, en tenant la distance banque-PME constante, les auteurs concluent que les taux de défaut sont supérieurs chez les banques utilisant le pointage de crédit. Cependant, il faut toujours se rappeler que grâce au pointage de crédit, les banques obtiennent des économies d'échelle qui peuvent contrebalancer cet effet et ainsi justifier leur choix d'adoption.

Une deuxième limite qui peut être attribuée au pointage de crédit concerne les données utilisées. Le pointage de crédit requiert des données sur des dizaines voire des centaines de milliers de prêts ainsi que plusieurs données sur chaque prêt. En outre, ces données doivent être de bonne qualité, c'est à dire présentant une infime proportion de prêts comportant des erreurs de saisie. Ce ne sont donc pas toutes les banques qui ont une taille suffisamment grande et qui sont en activité depuis suffisamment longtemps pour avoir une base de données de prêts aux PME assez large afin de développer un modèle de pointage.

La troisième limite concerne quelques hypothèses sous-jacentes aux modèles de pointage. Les modèles statistiques utilisés supposent que le passé est garant du futur. Subséquemment, le pointage de crédit ne peut prédire un événement si ses valeurs explicatives n'ont pas été observées à plusieurs reprises et ont été intégrées plusieurs fois dans la base de données. Par ailleurs, les bases de données utilisées pour développer ces modèles n'intègrent que les prêts qui ont été acceptés et observés. L'hypothèse selon laquelle les prêts ayant été rejetés par la banque peuvent être considérés comme étant des "mauvais" prêts (c'est à dire des prêts qui auraient fait défaut) fait encore couler beaucoup d'encre au sein de la communauté scientifique. Ce problème de biais de sélection a été soulevé par Capon

(1982). Dans sa critique, il a aussi amené un autre point qui est la non-continuité dans les scores de prédiction. En effet, à cause de l'existence de variables catégorielles, par exemple, à la date de son anniversaire, un individu (ou une firme) peut voir son pointage changer de plusieurs points.

Finalement, certaines complications d'ordre statistique surviennent souvent lors de la modélisation. Eisenbeis (1978) a dressé une liste des problèmes statistiques qui peuvent se manifester lors de l'application de l'analyse discriminante (une méthode statistique qui sera revue plus loin). Ces problèmes peuvent aussi être très bien extrapolés à d'autres méthodes. Nous invitons nos lecteurs à consulter cet article pour avoir la liste exhaustive ainsi qu'une explication détaillée. Voici néanmoins un échantillon des problèmes les plus courants :

- Violation des hypothèses sous-jacentes à la distribution des observations.
- Sous-spécification des modèles.
- Utilisation de points de coupure ou de coûts de mauvaise classification inappropriés.
- Problèmes au niveau de la mesure de la performance des modèles.

## 2.5 Implications du pointage de crédit

L'adoption du pointage de crédit a modifié les pratiques bancaires de manière significative. Selon Feldman (1997), le pointage de crédit a eu des répercussions sur ces pratiques selon trois canaux : (1) L'interaction entre les banques et les PME ; (2) la disponibilité du crédit aux PME ; et (3) le niveau des taux d'intérêt . La seule base de données ayant permis de mesurer ces effets repose sur un sondage téléphonique effectué en 1998 par la Federal Reserve Bank of Atlanta auprès des 200 plus grands groupes financiers aux États-Unis. Délimiter l'étude aux seules grandes banques est justifié par le fait qu'elles sont les plus enclines à utiliser le pointage de crédit (Cole, Goldberg et White, 2000 ;

Berger, Frame et Miller, 2005). Cependant, il faut aussi savoir que les petites banques investissent une plus grande proportion de leurs actifs dans des prêts aux PME que les grandes banques. Ainsi, même si les 200 plus grandes banques regroupent 71,3 % des actifs bancaires domestiques aux États-Unis, elles ne comptent que pour 53,2 % du total des petits prêts aux entreprises, ce qui peut dans une certaine mesure être considéré comme des prêts aux petites et moyennes entreprises (Berger, Kashyap et Scalise, 1995).

### 2.5.1 Interaction entre les banques et les PME

Une des forces du pointage de crédit est qu'il permet d'évaluer la santé financière des emprunteurs sans forcément les rencontrer. Grâce aux nouvelles technologies d'information et de communication, les emprunteurs peuvent obtenir des prêts (qui sont dans la majorité des cas non garantis) via des demandes de crédit faites à distance (ex. : Internet). Ceci permet aux banques d'aller chercher de nouveaux clients dans des régions plus éloignées, repoussant ainsi les limites géographiques de leur marché. Cependant, la proximité géographique est d'une importance capitale dans les relations banques-PME (Petersen et Rajan, 1994). On peut donc s'attendre à ce que les relations banque-PME aient subi un changement après l'introduction du pointage de crédit.

Kwast, Starr-Mccluer et Wolken (1997) ont fait savoir que la distance séparant la PME de sa banque dépend en majeure partie de la catégorie de service qui les unit. Cependant, depuis l'adoption massive du pointage de crédit au cours des années 1990, la distance moyenne entre ces firmes et leur fournisseur de services financiers a crû de façon significative. D'après l'étude de Petersen et Rajan (2002), ce n'est pas seulement la distance entre les PME et leurs banques qui a augmenté, mais ces dernières utilisent aussi de moins en moins de méthodes personnalisées pour contacter ces firmes.

### 2.5.2 Disponibilité du crédit aux PME

Le pointage de crédit a accru la disponibilité du crédit aux PME à travers deux facteurs. Tout d'abord, l'utilisation du pointage de crédit a permis aux banques une meilleure compréhension et une meilleure gestion du risque que par le passé. Les banques ont alors été plus enclines à accepter des prêts sur la base de leur niveau de risque plutôt qu'à les refuser par manque d'information suffisante sur ce dernier. Ensuite, le pointage de crédit leur a permis d'avoir certaines économies sur les coûts de traitement des demandes de crédit, leur permettant ainsi d'accepter des prêts ayant un niveau de risque plus élevé.

Frame, Srinivasan et Woosley (2001) ont été les premiers à étudier la relation entre l'utilisation du pointage de crédit pour les PME et le montant des prêts qui leur ont été consentis. Les auteurs ont concentré leur étude sur une seule année (1997) et se sont limités aux prêts inférieurs à 100 000 \$. Leurs conclusions soutiennent que l'utilisation du pointage de crédit est associée à une augmentation significative de la quantité de crédit accordée aux PME.

L'étude de Frame, Padhi et Woosley (2004) s'est basée sur les mêmes critères d'échantillonnage (année 1997 et prêts inférieurs à 100 000 \$) mais a rajouté deux nouvelles dimensions à l'étude : le revenu moyen et l'emplacement géographique des PME. Les auteurs trouvent d'un côté que les banques qui utilisent les technologies de pointage ont tendance à prêter plus à l'extérieur de leur marché local. D'un autre côté, ils soutiennent que l'augmentation du volume des prêts a été 2,5 fois supérieure dans les régions à revenu faible ou modéré que dans les régions à haut revenu. Les auteurs attribuent ces résultats au fait que le pointage de crédit réduit les problèmes d'asymétrie d'information entre les prêteurs et les emprunteurs et que cela est particulièrement vrai dans les régions à revenu faible ou modéré.

Finalement, l'étude de Berger, Frame et Miller (2005) qui a suivi a étendu la durée de l'étude à trois années (1995-1997), et a considéré les prêts allant jusqu'à 250 000 \$. En outre, les auteurs ont analysé l'effet d'apprentissage chez les banques après la mise en place d'un système de pointage. Cela leur a permis de conclure que l'augmentation de la quantité de crédit allouée aux PME augmente surtout après un certain délai, c'est à dire après que la banque ait eu le temps de s'adapter à la nouvelle technologie. Deuxièmement, ils trouvent que cette augmentation est plus prononcée chez les banques qui utilisent la technologie pour accepter ou refuser automatiquement les prêts. Ces banques utilisent le pointage de crédit comme substitut plutôt que complément aux autres méthodes d'analyse. Elles tirent donc une plus grande réduction de coûts liée à l'utilisation du pointage de crédit. Cela soutient que l'amélioration de la disponibilité du crédit serait plus la conséquence d'une réduction de coûts plutôt qu'une diminution de l'asymétrie d'information existant entre la banque et la PME. Ce dernier point a été confirmé par Deyoung, Glennon et Nigro (2008) qui ont examiné les taux de défaut au sein d'un échantillon de prêts aux PME. Les auteurs trouvent que les prêts ayant subi une analyse par pointage de crédit ont connu un taux de défaut supérieur et concluent que les pertes qui y sont liées seraient compensées par les économies de coût engendrées.

### **2.5.3 Niveau des taux d'intérêt**

D'ores et déjà, nous savons que le pointage de crédit a contribué à augmenter l'offre de crédit des banques. Nous savons aussi qu'avec l'arrivée du pointage de crédit, les banques ont repoussé les limites de leur marché. En allant chercher une nouvelle clientèle dans des régions plus éloignées ou dans des régions qui étaient moins conquises (ex. : les régions à faible revenu), certaines banques ont envahi les marchés qui appartenaient jusque-là aux banques locales. Ces facteurs ont favorisé la compétition entre banques. On peut ainsi

s'attendre à une baisse des taux d'intérêt chargés aux PME sous l'effet de cette compétition accrue. Mais d'un autre côté, nous avons noté que l'utilisation de la technologie de pointage était accompagnée d'une augmentation du niveau de risque au sein du portefeuille de crédit des banques. Afin de pouvoir supporter ce risque supplémentaire, les banques auront tendance à charger des primes de risque supplémentaires. L'implantation de la technologie peut aussi s'avérer onéreuse pour les banques, chose qui pourrait les inciter à charger davantage leurs clients. À cause de ces facteurs, l'adoption des technologies de pointage pourrait avoir l'effet inverse que celui attendu, c'est à dire une augmentation du niveau moyen des taux d'intérêt chargés par les banques.

Une évidence empirique produite par Berger, Frame et Miller (2005) suggère que l'utilisation du pointage de crédit a eu comme effet net un accroissement du niveau moyen des taux d'intérêt. Cette augmentation serait selon les auteurs, plus prononcée chez les banques qui utilisent la technologie comme complément (vs. substitut) à d'autres moyens d'évaluation de crédit. Les résultats qui ressortent de l'étude suggèrent aussi que suite à l'utilisation du pointage de crédit, le niveau de risque du portefeuille de crédit de ces banques a baissé, et celui des banques qui utilisent la technologie comme substitut a augmenté. Les banques qui utilisent la technologie comme complément supportent ainsi moins de risque et en même temps chargent des taux d'intérêt supérieurs. Ceci semble donc en lien avec la théorie selon laquelle les banques qui utilisent la technologie comme complément subissent des coûts supplémentaires qu'ils chargent ensuite à leurs clients.

Cependant, le lien entre l'adoption du pointage de crédit et les taux d'intérêt chargés par les banques semble moins clair pour les banques qui utilisent la technologie comme substitut aux autres méthodes d'évaluation. Toujours selon l'étude de Berger, Frame et Miller (2005), ces banques ont supporté plus de risque suite à l'utilisation du pointage de crédit et conséquemment chargent en moyenne des taux d'intérêt supérieurs. Comme les

auteurs n'ont pas contrôlé pour le niveau de risque des prêts, on ne peut pas affirmer que le pointage de crédit a contribué à augmenter les taux d'intérêt chez ces banques. L'augmentation des taux d'intérêt moyens chez ces banques pourrait donc être la conséquence d'une augmentation du risque qui est favorisée par l'utilisation du pointage de crédit plutôt que la conséquence d'une augmentation des coûts engendrée par sa mise en place.

## 2.6 Modélisation du risque de défaut

La précision ainsi que la validité d'un modèle de pointage reposent essentiellement sur trois piliers : l'échantillonnage, la sélection de variables et finalement la validation et l'évaluation du modèle.

### 2.6.1 Échantillonnage

L'échantillonnage consiste à regrouper un ensemble d'observations représentatif de la population. Dans notre cas, il s'agit de prêts aux PME qui ont été observés pendant un certain temps au passé et qui sont censés représenter les prêts futurs que la banque aura à évaluer. Cependant, un problème rencontré de manière systématique à ce niveau, est qu'on observe uniquement les prêts ayant été acceptés par la banque, ce qui peut créer un biais d'échantillonnage. Une deuxième difficulté a lieu lors du choix de la durée d'observation, c'est-à-dire les dates où les prêts seront évalués et celles auxquelles on juge s'il y a eu défaut ou non. Finalement, la proportion de défauts dans l'échantillon ne semble pas non plus faire l'unanimité au sein de la communauté scientifique.

### **Inférence des refusés**

Dans le cas où seuls les prêts ayant été acceptés feraient partie de l'échantillon servant à produire le modèle d'évaluation, celui-ci serait par définition biaisé. Plusieurs techniques ont été proposées afin de remédier à ce problème, mais aucune ne semble valide d'un point de vue purement théorique.

Dans la majorité des études, les chercheurs font l'hypothèse que les prêts qui ont été refusés auraient fait défaut. Cette technique consiste alors à construire un modèle à partir des prêts acceptés et à l'appliquer à l'ensemble de la population. Il s'agit de la technique la plus souvent utilisée par les chercheurs du domaine. Une autre technique utilisée par Boyes, Hoffman et Low (1989) ainsi que Jacobson et Roszbach (2003) consiste à utiliser un modèle probit bivarié avec des événements séquentiels. Dans le premier modèle, la décision d'accepter ou de refuser un prêt est modélisée. Le deuxième modèle quant à lui, évalue la probabilité de défaut de l'emprunteur qui est conditionnelle à son acceptation. D'autres méthodes ont été également proposées. Nous invitons nos lecteurs intéressés par de telles techniques à consulter les travaux de Hsia (1978), de Reichert, Cho et Wagner (1983) ainsi que ceux de Roszbach (2004).

La seule méthode qui demeure valide d'un point de vue théorique est celle du groupe de contrôle où pendant un certain temps, la banque accepte toutes les demandes de crédit qui lui ont été faites. De cette manière, la banque se construit un échantillon de prêts qui est représentatif de ceux qu'elle aura à évaluer dans le futur. Toutefois, il s'agit d'une technique qui peut s'avérer très coûteuse. En raison du grand risque que représentent les prêts qui auraient été refusés en temps normal, les banques s'aventurent rarement dans ce domaine.

Crook et Banasik (2004) ont étudié empiriquement les bénéfices potentiels qu'une banque pourrait retirer en considérant lors de l'élaboration de son modèle de pointage les prêts

ayant été refusés. Leur étude est basée sur un échantillon de prêts provenant d'une banque ayant accepté de jouer le jeu et d'approuver, pendant un certain temps, toutes les demandes de prêts qu'elle a reçues. Selon l'étude, les bénéfices que l'on pourrait retirer en considérant les prêts ayant été refusés sont minimes. En effet, d'après les auteurs, les techniques de traitement des refusés ne semblent pas apporter de gain au niveau du pouvoir discriminant du modèle de pointage. Lorsqu'ils sont testés sur l'ensemble de l'échantillon (acceptés et refusés), les modèles issus des techniques de traitement des refusés ne surperforment pas toujours les modèles développés sur la base des acceptés seulement, et lorsque c'est le cas, la différence paraît négligeable.

### **Durée**

Un deuxième défi à relever lors de la modélisation est de choisir un horizon de temps d'observation, c'est-à-dire le temps écoulé entre le moment de l'étude du prêt et le moment où on le classe comme ayant fait défaut ou non. L'analyse a montré que durant les premiers mois, le risque de défaut croît en fonction du temps, et ce n'est qu'après 12 mois ou plus qu'il commence à se stabiliser (Thomas, 2000). Tout horizon inférieur à 12 mois aura alors tendance à sous-estimer le risque de défaut. D'un autre côté, un horizon très long est tout aussi mauvais, car les caractéristiques de la population changent à travers le temps. Ainsi, pour des horizons très longs, les valeurs des variables utilisées ne refléteront plus l'état des PME au moment du défaut, et le modèle ne pourra fournir d'explications pour celui-ci.

Tel que souligné par le comité de Bâle sur le contrôle bancaire (1999), la majorité des banques utilisent un horizon de modélisation de 12 mois. Cette pratique est justifiée par le fait qu'un tel horizon représente l'intervalle typique durant lequel :

1. le niveau de capital peut être augmenté ;

2. des actions peuvent être prises pour diminuer le risque du portefeuille de crédit ;
3. de nouvelles informations à propos de l'emprunteur peuvent être révélées ;
4. les informations concernant le défaut peuvent être publiées ;
5. la budgétisation interne, la planification de capital ainsi que les documents comptables sont préparés ; et,
6. les crédits sont normalement révisés pour un renouvellement.

### **Proportion de défauts**

Une autre question ouverte est quel est le pourcentage de défaut que l'on devrait avoir au sein de l'échantillon ? Ce dernier devrait-il correspondre à ce que l'on observe en réalité ou devrait-il être composé de proportions égales de défauts et de non-défauts ?

Certaines techniques statistiques peuvent exiger que l'échantillon soit équilibré entre le nombre de défauts et de non-défauts. En utilisant l'analyse discriminante, certains auteurs ont été soumis à cette contrainte (Beaver, 1967 ; Altman, 1968 ; Blum, 1974). Cependant, d'autres auteurs ont utilisé d'autres techniques ne nécessitant pas de se plier à cette exigence, telle que la régression logistique, et ont tout de même utilisé un échantillon équilibré (ex. : Keasey et McGuinness, 1990).

D'autres chercheurs comme Falkenstein, Boral et Carty (2000) ont utilisé des échantillons qui reflètent le taux de défaut observé en réalité, tandis que d'autres n'ont pas justifié leur choix de proportions. C'est le cas de Barniv et Raveh (1989) qui ont basé leur étude sur un échantillon composé de 142 firmes dont 58 ont fait défaut.

On peut conclure que, mises à part les contraintes reliées à certaines méthodes statistiques, le choix des proportions semble être à la discrétion des chercheurs.

### 2.6.2 Sélection de variables

Jusqu'à ce jour, les efforts déployés en recherche sur la prédiction du défaut des firmes privées n'ont pas abouti à produire un consensus au sujet des variables qui permettent une bonne prédiction. Ceci pourrait être attribué au fait que les différentes recherches qui ont été faites dans ce domaine se sont basées sur des données relatives à différentes périodes, différents pays et différentes industries.

La stratégie qui est cependant couramment utilisée avant d'élaborer le modèle consiste tout d'abord à explorer un nombre assez grand de variables. Ceci dépend en majeure partie de leur disponibilité. À titre d'exemple, Duffy (1977) a exploré 300 variables, et d'après une communication personnelle entre Hand et Scallan, ce dernier aurait exploré 2 500 variables (Hand et Henley, 1997). Toutefois, une cinquantaine de variables est un nombre qui semble plus ou moins commun dans la communauté des chercheurs et des praticiens. De ces variables-là, vont être sélectionnées celles qui vont rentrer dans le modèle final. Un nombre allant de 8 à 12 variables est le plus commun, mais encore une fois cela reste à la discrétion des développeurs. À titre d'exemple, First Data Resources utiliserait pas moins de 48 variables pour évaluer la probabilité de défaut sur les cartes de crédit (Saunders, 1997).

Trois approches sont communément utilisées lors de la sélection de variables qui vont rentrer dans le modèle final :

- Le jugement des experts : cette approche ne se base sur aucun fondement théorique, mais fait plutôt appel à l'impression et à l'expérience des décideurs. L'exercice est alors basé sur une série d'essais et de comparaisons. Les différents modèles obtenus sont alors analysés en fonction de leur pouvoir discriminant, du nombre de variables qu'ils comportent et du signe devant chacune des variables (le signe devrait permettre une

interprétation logique). Cette méthodologie permet souvent d'avoir les signes anticipés, mais ne garantit pas le meilleur pouvoir de discrimination.

- les procédures statistiques de sélection automatique : lorsqu'on dispose de  $p$  caractéristiques à propos des emprunteurs, le nombre de combinaisons qu'on pourrait analyser est de  $2^p$ . Par exemple, pour une base de données comportant 20 variables, on aura 1 048 576 combinaisons à étudier. Ce nombre dépasse le milliard si on considère 30 variables. Ceci dépasserait les capacités humaines. Cependant, à l'aide d'algorithmes performants et de la puissance actuelle des ordinateurs, une telle tâche a été rendue possible. Les méthodes *forward*, *backward* et *stepwise* sont le plus souvent utilisées à cet effet.

La méthode *forward* commence par un modèle :  $Y = \beta_0 + \varepsilon$ . L'algorithme compare les valeurs-p de toutes les variables et choisit celle qui a la plus petite valeur-p (exemple la variable  $x_1$ ). Si cette valeur-p est inférieure au critère d'entrée spécifié à l'avance (ex. : 0,1), la variable est intégrée au modèle et celui-ci devient alors  $Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \varepsilon$ . L'opération est alors répétée jusqu'à ce qu'aucune des valeurs-p des variables restantes ne soit inférieure au critère d'entrée. Si toutes les valeurs-p sont inférieures à ce critère, on aura un modèle complet qui intègre toutes les variables.

L'algorithme *backward* quant à lui, commence par le modèle complet et supprime tour à tour les variables ayant une valeur-p supérieure à un critère de sortie (en commençant par celles ayant les plus grandes valeur-p). L'opération est répétée jusqu'à ce que toutes les variables du modèle aient une valeur-p inférieure au critère de sortie.

L'algorithme *stepwise* est une combinaison des deux autres algorithmes. À chaque étape, l'algorithme intègre dans le modèle la variable ayant la valeur-p minimum (à condition que celle-ci soit inférieure au critère d'entrée), et enlève celle qui est déjà intégrée au modèle et qui a la plus grande valeur-p (à condition qu'elle soit supérieure au critère de sortie). L'opération est ainsi répétée jusqu'à ce que toutes les valeurs-p des variables

du modèle soient inférieures au critère de sortie et qu'aucune des autres variables qui restent n'ait de valeur-p inférieure au critère d'entrée.

Ces procédures permettent un gain de temps considérable, mais présentent toutefois certaines limites. Tout d'abord, certains problèmes de colinéarité peuvent être observés au niveau des variables sélectionnées, amenant quelques-unes à avoir des signes contre-intuitifs. Ensuite, un autre type de complication survient lorsqu'on transforme des variables catégorielles en variables binaires. Il n'est pas rare que seulement certaines catégories de la variable soient sélectionnées. Finalement, le fait de ne sélectionner que des variables ayant des valeurs-p inférieures au seuil choisi n'est pas toujours garant d'avoir le modèle le plus précis qui soit, et ce, même avec un nombre équivalent de variables.

- Les procédures basées sur la vraisemblance : ces procédures visent à sélectionner un ensemble de variables en mesurant l'apport de chacune (ou de chaque ensemble) à la précision du modèle. Une méthodologie qui est couramment utilisée à ce niveau consiste à comparer le  $-2LL$  ( $-2 \times \log\text{-likelihood}$  ou  $-2 \times \log$  de vraisemblance) des modèles. À chaque ajout de variable (ou d'un ensemble de variables), la différence entre les  $-2LL$  des modèles avant l'ajout et après l'ajout est mesurée. Cette différence suit hypothétiquement une loi *Khi-deux* avec un nombre de degrés de liberté égal au nombre de variables ajoutées. Ainsi, si cette différence est supérieure au point critique de la distribution de la loi *Khi-deux* pour le niveau de confiance choisi, on conclut que la variable ou l'ensemble de variables apporte une amélioration suffisante à la précision du modèle pour être gardé(e). Certaines statistiques comme le AIC (*Akaike Information Criterion*) ou le BIC (*Bayesian Information Criterion*, aussi appelé *Schwarz Information Criterion*) peuvent aussi être utilisées, et leur principe se rapproche de celui du test basé sur le  $-2LL$ . Ces statistiques seront présentées plus loin dans ce mémoire.

L'avantage de ces procédures, c'est qu'avec l'automatisation de certains algorithmes,

ces derniers peuvent garantir que sur la base des variables qui leur ont été présentées, il n'existe pas de modèle plus précis (comportant un nombre égal de variables) que celui qu'il nous a sélectionné. Les variables catégorielles peuvent aussi être traitées aisément comme un ensemble. Cependant, avec de telles procédures, les variables sélectionnées n'ont pas forcément un effet significatif et des problèmes de multicollinéarité peuvent toujours avoir lieu .

### 2.6.3 Validation et évaluation du modèle

#### Validation

L'évaluation de la précision des modèles de prédiction est une étape délicate qui requiert une attention tout aussi accrue que les étapes précédentes. L'utilisation à cet effet des mêmes observations ayant servi à l'élaboration du modèle peut donner des résultats suroptimistes. Il est donc préférable de recourir à un échantillon différent qui va servir comme base pour évaluer le pouvoir prédictif du modèle. Comme les statistiques de performance sont très sensibles à la structure de l'échantillon de validation, il faudrait alors choisir la structure qui semble être la plus adéquate à l'objectif de recherche. Cependant, pour différentes raisons, les structures des échantillons utilisés pour des fins de validation diffèrent d'une étude à l'autre. La figure 1 représente les quatre structures les plus souvent rencontrées.

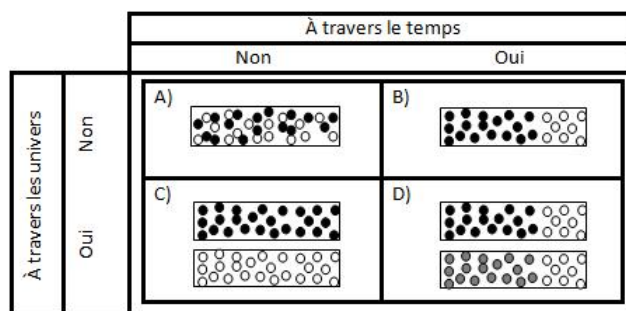


FIGURE 1 – Schéma des techniques de validation hors-échantillon.

La figure représente les techniques de validation selon qu'elles tiennent compte des changements au niveau du temps ou au niveau de l'univers des données. Les points noirs représentent les observations ayant servi à élaborer le modèle. Les points blancs représentent les observations sur lesquelles le modèle sera testé. Les points gris représentent des observations qui auraient pu ou non être utilisées pour développer le modèle. Reproduit de *Moody's risk management services*.

La case A représente l'approche classique du test hors-échantillon. Une partie de l'échantillon global est choisie au hasard afin de servir d'échantillon de validation. La partie qui reste servira alors à développer le modèle. Cette approche suppose à la fois que la population est totalement homogène et que ses caractéristiques restent stables à travers le temps (processus stationnaire). Il s'agit de la technique de validation la plus souvent utilisée dans les études.

La case B décrit l'approche selon laquelle l'échantillon de développement est choisi à n'importe quelle période de temps avant une certaine date et l'échantillon de validation à n'importe quelle période de temps après. Cette méthode permet de tester la stabilité du modèle à travers le temps et ses hypothèses sont moins restrictives que celles de la première approche (ex. : Bellotti et Crook, 2007).

La case C représente une technique qui pourrait être utilisée lorsqu'on désire tester la performance du modèle sur une population différente. Ceci représente le cas par exemple où un modèle a été construit en utilisant les caractéristiques des PME d'une ville, puis testé sur une base de données contenant des caractéristiques de PME d'une autre ville.

Cette technique suppose aussi que la pertinence des caractéristiques de la population ne varie pas à travers le temps. Il s'agit là d'une technique de validation très peu utilisée compte tenu de ses objectifs.

Finalement, la case D représente la technique la plus robuste. Non seulement l'échantillon de validation provient d'une période de temps différente, mais aussi d'un univers différent. Ainsi, la robustesse du modèle est testée selon les deux dimensions (ex. : Hayden, 2003) .

L'utilisation de telles techniques de validation est conditionnelle à la disponibilité d'un échantillon de données assez large. Toutefois, certains académiciens n'ont pas ce privilège et doivent composer avec certaines contraintes. Lorsque la taille de l'échantillon global est assez réduite et que sa séparation en un échantillon de développement et un échantillon de validation n'est pas chose possible, les techniques de validation en-échantillon peuvent s'avérer utiles. Ainsi, une partie de l'échantillon ayant servi à développer le modèle est choisie au hasard afin de servir de base pour le tester. Vu que les observations utilisées pour tester le modèle ont déjà servi pour le développer, la performance du modèle pourrait être surestimée. Certaines techniques statistiques comme la validation croisée ont été développées pour corriger ce problème. Cette technique sera présentée plus loin dans ce mémoire.

## **Évaluation**

L'efficacité d'un modèle à prédire les défauts et les non-défauts est mesurée grâce aux matrices de confusion. Les résultats issus de la classification selon le modèle sont comparés à la réalité observée, c'est-à-dire aux données de référence. Ces tableaux donnent le nombre, le pourcentage et le type de bonne ou de mauvaise classification pour un point de coupure choisi. Le tableau 1 fournit une illustration d'une matrice de confusion.

		Valeur actuelle	
		Mauvaise qualité de crédit	Bonne qualité de crédit
Valeur prédite	Mauvaise qualité de crédit	VP	FP
	Bonne qualité de crédit	FN	VN

TABLE 1 – Illustration d’une matrice de confusion

Tableau représentant une matrice de confusion. VP, FP, FN et VN désignent respectivement les vrais positifs, les faux positifs, les faux négatifs et les vrais négatifs.

Il y a bonne classification lorsqu’il y a un VP (vrai-positif) ou un VN (vrai-négatif). Ces derniers représentent respectivement un bon risque bien prédit et un mauvais risque bien prédit. Dans le cas des FP (faux-positifs), le modèle prédit que l’emprunteur a un mauvais profil de crédit alors que ce dernier est bon. La banque subit un coût d’opportunité en refusant le prêt à un tel emprunteur. Ce coût prend la forme d’une perte d’un revenu potentiel qui est égal à la somme des intérêts que cet emprunteur aurait payé. On parle dans ce cas d’erreur de type II. Lorsque la qualité de crédit d’un emprunteur prédite selon le modèle est bonne, alors qu’en réalité elle est mauvaise (par exemple, celui-ci a fait défaut sur son prêt), on parle d’erreur de type I. Ce cas est dénoté FN (faux-négatif) dans la matrice de confusion. Les coûts encourus par la banque sont beaucoup plus importants que ceux découlant des erreurs de type II. Ces coûts se matérialisent en une perte d’intérêts et de capital, ainsi qu’en coûts liés au recouvrement du prêt.

Les classifications issues d’un modèle sont très sensibles au degré de conservatisme qu’on lui attribue. Plus un modèle est restrictif, moins il va générer d’erreurs de type I, mais au détriment de plus d’erreurs de type II et inversement. Ainsi, pour comparer deux modèles, il ne suffit pas seulement de les comparer sur la base du même niveau de conservatisme (ex. : même point de coupure) mais plutôt sur la base de différents niveaux. Les courbes CAP (profil de précision cumulatif ou *Cumulative Accuracy Profile*) et ROC (caractéristiques de

fonctionnement du récepteur ou *Receiver Operating Characteristics*) sont deux approches statistiques très similaires utilisées habituellement dans la littérature (ex. : Dionne *et al.*, 2008 ; Hayden, 2003). Elles ont pour objectif de synthétiser l'information obtenue des différentes matrices de confusion en générant une courbe qui décrit la performance du modèle selon les différents niveaux possibles de conservatisme. L'approche ROC sera présentée plus loin dans ce mémoire.

## 2.7 Les approches statistiques de modélisation

Il y a essentiellement deux écoles de pensée en matière de prédiction du défaut des entreprises. L'une recommande de modéliser le défaut en utilisant les informations provenant du marché public, tandis que l'autre ne s'appuie que sur des données comptables.

La première catégorie est celle des modèles dits structurels. L'un des modèles les plus populaires de cette catégorie est le modèle de Merton (1974). Selon celui-ci, la valeur au marché du capital de la firme peut être considérée comme une option d'achat sur ses actifs, dont le prix d'exercice correspond au montant de ses dettes. Ainsi, à une certaine date, si la valeur des actifs est supérieure à la valeur des dettes, les actionnaires exercent leur option en remboursant les dettes de l'entreprise et en partageant les surplus. Sinon, la firme est en situation de défaut et les actionnaires n'exercent tout simplement pas leur option. Leur perte sera alors égale à leur investissement initial. Notre étude ne considère que des PME n'étant pas cotées en bourse. Ainsi, pour des raisons de brièveté nous n'allons pas couvrir cette catégorie d'approches. Nous invitons toutefois nos lecteurs qui seraient intéressés par ce type d'approches à consulter les excellentes revues de littérature disponibles dans les travaux de Crouhy, Galai et Mark (2000) ainsi que de Dionne *et al.* (2008).

L'autre catégorie d'approches utilise l'information d'ordre comptable pour prédire le défaut

des firmes. Durant les 40 dernières années, les modèles issus de cette approche n'ont cessé de se multiplier. Nous présenterons dans cette section ceux qui ont été le plus souvent utilisés pour prédire le défaut des PME.

### 2.7.1 L'analyse discriminante :

Avant les années 80, l'analyse discriminante a été la méthode statistique la plus utilisée pour prédire le défaut (ou la faillite) des firmes privées. Soit  $i$  firmes privées et un vecteur  $X$  composé de  $p$  variables explicatives  $x_1, x_2, \dots, x_p$ . L'analyse discriminante estime un vecteur  $\beta$  de coefficients  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ , dans le but de calculer un score  $Z$  pour chaque firme  $i$ . Cette combinaison linéaire peut alors s'écrire sous la forme :

$$Z_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (1)$$

Le vecteur  $\beta$  est estimé de manière à en obtenir une combinaison qui maximise la variance inter-groupes (entre les groupes de défaut et de non-défaut) tout en minimisant la variance intra-groupe. Un point de coupure est alors calculé de manière à minimiser les coûts de mauvaise classification. En se basant sur leur score  $Z$  ainsi que sur le point de coupure choisi, les firmes peuvent alors être classifiées en celles allant faire défaut et celles n'allant pas le faire.

Beaver (1966) a été le premier à conduire une étude basée sur l'analyse discriminante afin de prédire le défaut des firmes privées. Il a adopté une approche univariée et a étudié un échantillon équilibré composé de 158 firmes dont 79 ont fait défaut. Il a analysé 14 ratios financiers et a conclu que 3 ratios donnaient le meilleur pouvoir prédictif, à savoir : (1) flux de trésorerie / dette totale (étant le meilleur prédicteur parmi les 3), (2) revenu net

/ actif total, et (3) dette totale / actif total. Vu que son approche fut univariée, un point de coupure a été déterminé pour chaque ratio.

Beaver a été critiqué pour sa méthode en raison de la corrélation qui existe entre les ratios, mais surtout en raison de la difficulté à classer une firme lorsque les messages issus des différents ratios sont contradictoires. Cependant, sa contribution a été très importante dans la mesure où elle a mené au développement du modèle multivarié par Altman (1968).

Pour son modèle multivarié, Altman (1968) a étudié 66 firmes manufacturières (dont 33 ont fait défaut) sur la base de 22 ratios potentiellement utilisables. Ces ratios ont été calculés, pour certains cas, 5 ans avant la faillite. Une combinaison de 5 ratios a été finalement retenue comme celle qui offrait le plus grand pouvoir discriminant. Au lieu d'étudier un ratio à la fois comme dans l'analyse univariée, le modèle d'Altman regroupe les cinq ratios dans un même et unique modèle. Le modèle proposé est le suivant :

$$Z_i = 0.012 * x_{i1} + 0.014 * x_{i2} + 0.033 * x_{i3} + 0.006 * x_{i4} + 0.999 * x_{i5} \quad (2)$$

où :

- $x_1$  = Fonds de roulement / actifs totaux.
- $x_2$  = Bénéfices non redistribués / actifs totaux.
- $x_3$  = Bénéfices avant intérêts et impôts / actifs totaux.
- $x_4$  = Valeur au marché des capitaux propres / valeur aux livres des passifs.
- $x_5$  = Ventes / actifs totaux.

Le point de coupure suggéré par Altman est de 2,675. Ainsi, les firmes ayant un score  $Z$  inférieur à ce chiffre seraient considérées comme allant faire défaut.

Pendant plusieurs années après les travaux d'Altman (1968), l'analyse discriminante multivariée a été la technique la plus utilisée dans la prédiction du défaut des firmes. Parmi les travaux ayant suivi, nous pouvons citer : Deakin (1972), Edmister (1972) et Blum (1974).

Cependant, l'analyse discriminante a été souvent critiquée pour les hypothèses sur lesquelles repose sa validité. D'abord, l'hypothèse selon laquelle les variables explicatives suivent une loi normale multivariée n'est pas toujours vérifiée dans les données d'ordre financier (Eisenbeis, 1978). Ensuite, une autre supposition de l'analyse discriminante est que la matrice de variance-covariance est la même pour chaque groupe. Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, cela affecte le test des différences entre les moyennes des groupes et ainsi, les frontières pour les définir peuvent varier. Une autre limite de cette approche est que les signes devant les variables explicatives ne sont pas porteurs d'information et donc ne peuvent être interprétés. Pour une critique plus complète de cette approche, nous suggérons à nos lecteurs l'article de Eisenbeis (1978).

### 2.7.2 Les modèles linéaires de probabilité :

Les modèles linéaires de probabilité sont un cas spécial des régressions ordinaires. En ayant comme variable explicative une variable binaire  $Y$ , ces modèles tentent de modéliser la probabilité de défaut à travers une régression par moindres carrés ordinaires (MCO). Ils supposent alors que la probabilité d'appartenance de la firme  $i$  à l'un des groupes est une combinaison linéaire de ses  $p$  caractéristiques. Le modèle est alors le suivant :

$$P(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{ip}) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (3)$$

où  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  représentent les estimations par MCO et  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$  désignent les  $p$  variables explicatives de la firme  $i$ .

Orgler (1970) a été le premier à utiliser cette technique pour des prêts commerciaux. D'autres études ont suivi par la suite (Vranas, 1992; Laintinen, 1993).

Les modèles linéaires de probabilité ont soulevé plusieurs critiques notamment en ce qui a trait à l'interprétation de leurs résultats. En effet, la densité de la probabilité obtenue n'est pas limitée à l'intervalle  $[0, 1]$ , ce qui est dénué de sens. D'un autre côté, les termes d'erreurs sont hétéroscédastiques et leur distribution ne suit pas une loi normale, ce qui est non conforme aux hypothèses d'une régression par MCO (Altman *et al.*, 1981).

### 2.7.3 La régression logistique :

Sur un plan théorique, nous pouvons supposer que la régression logistique est plus appropriée lors de la prédiction du défaut des firmes que les deux approches précédentes. Cette technique permet de tenir compte des effets non-linéaires des variables explicatives, de produire des statistiques descriptives pour les paramètres estimés, de modéliser une probabilité de défaut entre 0 et 1 et finalement d'interpréter les effets des variables explicatives.

Soit  $Y$  une variable binaire indiquant l'appartenance de la firme  $i$  au groupe de défaut (si  $Y = 1$ ) et  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$  le vecteur des variables explicatives de la firme  $i$ . Le modèle de régression logistique est tel que :

$$\ln \left( \frac{P(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{ip})}{1 - P(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{ip})} \right) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (4)$$

ou de manière équivalente :

$$P(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{ip}) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_p x_{ip})} \quad (5)$$

où  $P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip})$  désigne la probabilité que la firme  $i$  fasse défaut étant donné ses caractéristiques  $x_1, x_2, \dots, x_p$ . Les valeurs  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  représentent quant à elles les effets estimés par la méthode du maximum de vraisemblance.

La régression logistique a été premièrement proposée par Martin (1977) pour prédire la faillite des banques, puis ensuite proposée pour la première fois pour prédire le défaut des firmes par Ohlson (1980). Depuis, on ne cesse de dénombrer les études l'ayant utilisé.

Le modèle probit est très similaire à la régression logistique. La principale différence réside dans les distributions des probabilités conditionnelles. La régression logistique suppose que cette probabilité suit une distribution logistique tandis que pour le modèle probit, celle-ci est supposée suivre une distribution cumulative normale. Même si les deux modèles aboutissent à des résultats qui sont en général très semblables, les modèles probit demeurent beaucoup moins populaires. Les calculs plus complexes requis par ce modèle pourraient être retenus comme explication à sa moins grande popularité.

#### **2.7.4 L'analyse de survie :**

Les modèles présentés jusqu'à présent peuvent fournir une prédiction assez précise du défaut, mais ne peuvent prédire son temps. L'analyse de survie a été largement utilisée en épidémiologie et en médecine pour prédire le temps de survie des patients atteints de certaines maladies, d'où son appellation. L'objectif de cette approche est non seulement de fournir une estimation du risque, mais aussi de décrire son comportement à travers le temps et de fournir une prédiction du moment où surviendra l'évènement (ex. : le défaut).

Dans les approches statistiques classiques de pointage de crédit, la variable d'intérêt prend souvent la forme d'une variable binaire, à savoir si l'entreprise étudiée a fait défaut ou non. Dans l'analyse de survie, c'est le temps avant le défaut qui est modélisé. Cette approche

suppose que toutes les entreprises vont faire défaut un jour ou l'autre. Ainsi, pour les firmes ayant fait défaut, on connaît le temps que ça leur a pris pour le faire. Pour celles n'ayant pas fait défaut, on connaît seulement le temps qu'elles ont passé sans faire défaut. Ces dernières seront alors considérées comme étant des observations censurées.

Soit  $T$  la variable aléatoire présentant la durée qu'une firme a passée sans faire défaut. La probabilité que le temps de survie de cette firme soit plus grand ou égal à un temps  $t$  est notée :

$$S(t) = P(T \geq t) \quad (6)$$

Sa fonction de risque (*hazard function*) est alors :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = P(T = t | T \geq t) \quad (7)$$

où  $f(t)$  est la fonction de densité de  $T$  qui indique la probabilité de défaut de la firme à l'instant  $t$ . Cette fonction de risque  $h(t)$  représente ainsi sa probabilité de faire défaut à l'instant  $t$  en sachant qu'elle n'a pas encore fait défaut à cet instant.

Il existe trois écoles d'approches dans l'analyse de survie : (1) celles qui ne supposent pas que la variable aléatoire  $T$ , représentant le temps de survie, suit une distribution particulière. Ces approches sont dites non-paramétriques. L'estimateur de Kaplan-Meier et la méthode actuarielle en sont des exemples ; (2) celles qui utilisent des paramètres pour modéliser la distribution de la variable  $T$ . Les distributions exponentielle, Weibull, log-normale, log-logistique et gamma sont des distributions très populaires à ce niveau. Ces approches sont dites paramétriques ; et finalement, (3) les modèles à risques proportionnels, aussi appelés semi-paramétriques dans la mesure où seulement une partie de la fonction

est paramétrisée. Le modèle de Cox en est sans aucun doute le modèle le plus populaire. Pour des raisons de brièveté, seulement ce dernier sera présenté.

Soit  $h(t | x_{i1}, \dots, x_{ip})$ , la valeur de la fonction de risque au temps  $t$  pour une firme dont les valeurs des variables explicatives sont notées  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ . Selon le modèle de Cox :

$$h(t | x_{i1}, \dots, x_{ip}) = h_0(t) \exp \{ \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \} \quad (8)$$

où  $h_0(t)$  est la fonction de risque d'une firme dont les valeurs seraient (du moins théoriquement) toutes égales à 0. C'est la partie de l'équation qui n'a pas besoin d'être spécifiée ou paramétrisée. Pour ce qui est de l'autre partie, le vecteur  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  est estimé grâce à une fonction de vraisemblance partielle qui s'apparente à la fonction de vraisemblance classique.

Luoma et Laitinen (1991) ont été les premiers à utiliser l'analyse de survie pour prédire la faillite des firmes. Pour ce faire, ils ont utilisé une base de données composée de 72 firmes provenant du secteur industriel ou du secteur de la vente au détail. De ces 72 firmes, 36 avaient fait défaut. Pour chacune de ces dernières, une firme de même taille et du même secteur n'ayant pas fait défaut a été choisie pour agir comme comparable.

L'analyse de survie peut fournir d'importantes informations sur le comportement du risque de défaut des firmes à travers le temps. Cependant, en raison de sa nouveauté et de sa complexité par rapport aux autres méthodes présentées, elle demeure moins utilisée dans ce domaine.

### 2.7.5 Les méthodes non-paramétriques :

Les méthodes paramétriques ont été largement critiquées pour leurs hypothèses sous-jacentes. Ces critiques portent généralement sur la distribution des variables étudiées qui dans plusieurs cas, diffère de la distribution supposée. Les méthodes non-paramétriques offrent l'avantage de ne supposer aucune distribution. Elles permettent aussi de pouvoir tenir compte de certaines irrégularités qui pourraient avoir lieu au niveau de la fonction du risque de défaut. Leur caractère intuitif et la facilité avec laquelle leurs résultats peuvent être communiqués ont largement favorisé leur utilisation. Parmi les méthodes les plus populaires de cette catégorie, on retrouve le partitionnement récursif (ou arbre de classification) et les réseaux de neurones.

Le partitionnement récursif consiste à diviser successivement l'échantillon initial de manière à construire des sous-groupes de plus en plus homogènes. Cette division est basée sur les caractéristiques des firmes et continue jusqu'à ce qu'elle soit stoppée par des règles d'arrêt. Ainsi, à chaque étape (noeud), toutes les variables sont examinées et celle qui offre la meilleure classification est choisie. Les points de coupure sont déterminés de manière à minimiser les coûts de mauvaise classification. L'approche combine alors les techniques d'analyse univariée et multivariée. D'une part, la classification est basée à chaque noeud sur une seule variable. D'autre part, la méthode utilise une séquence de noeuds pour classifier une firme.

Freedman, Altman et Kao (1985) ont été les premiers à appliquer une telle approche pour prédire le défaut des firmes privées. Leur étude a été basée sur un échantillon de 200 firmes provenant des secteurs manufacturier et de la vente au détail. La figure 2 montre l'arbre de classification qui ressort de leur étude.

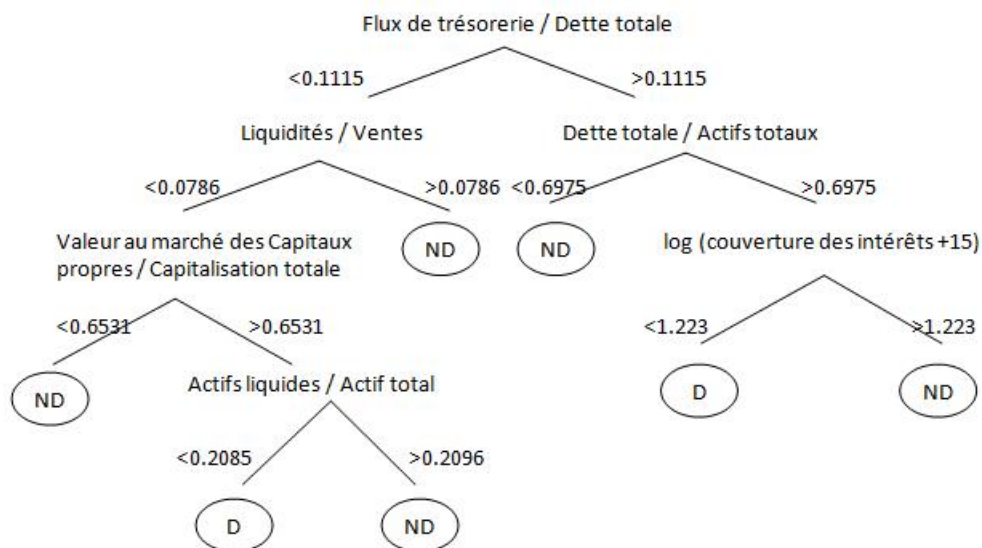


FIGURE 2 – Arbre de classification issu de Frydman, Altman et Kao (1985)

La figure représente un arbre de classification issu de l'étude de Frydman, Altman et Kao (1985). D est utilisée pour désigner le défaut et ND le non-défaut.

Une des limites de la technique du partitionnement récursif est qu'elle entraîne le sur-apprentissage (*overfitting*). Ce problème a lieu, par exemple, quand le partitionnement continue jusqu'à avoir un noeud final par firme. Une deuxième limite est que pour une classification au niveau d'un noeud donné, la méthode ne revoit pas ses classifications précédentes. La marche se fait seulement en avant et conséquemment, une variable pourrait paraître dans plus d'un noeud tout en ayant des points de coupure différents.

Les réseaux de neurones représentent quant à eux, des processeurs massivement distribués en parallèle, et qui ont une propension naturelle à stocker de la connaissance empirique et à la rendre disponible à l'utilisateur (Haykin, 1994). Ils ressemblent ainsi au cerveau humain ; d'une part, parce que le réseau acquiert de la connaissance à travers un processus d'apprentissage, et d'autre part, parce que les connexions entre les neurones, connues sous le nom de poids synaptiques, peuvent stocker cette connaissance.

Les réseaux de neurones sont plus flexibles que les méthodes statistiques traditionnelles, car

ils ne requièrent aucune hypothèse ni à propos de la distribution des erreurs ou des variables explicatives, ni à propos de la relation entre ces variables et la probabilité de défaut. En outre, la corrélation entre les variables est prise en considération dans le processus d'apprentissage. Ils offrent ainsi une alternative intéressante aux méthodes traditionnelles. Cependant, ces réseaux sont qualifiés de “boîtes noires” car il est extrêmement difficile de savoir ce qui se passe à l'intérieur et comment les prédictions ont été générées. La première utilisation des réseaux de neurones pour prédire la faillite des firmes fut par Altman, Marco et Varetto (1994).

D'autres approches moins populaires ont aussi vu le jour et continuent d'être de plus en plus utilisées. Parmi celles-ci, on peut citer l'approche des  $k$  plus proches voisins (Kumar et Ravi, 2007), les systèmes experts (Messier et Hansen, 1988) et les algorithmes de Bayes naïfs (Qintana *et al.*, 2008).

## 2.8 Comparaison de la performance des approches

Comme nous l'avons vu précédemment, chaque approche a ses propres avantages, ses propres inconvénients ainsi que sa propre structure de résultats. Ces structures vont de la classification simple et brute sans explication (réseaux de neurones) à l'estimation d'une panoplie de paramètres ayant un effet sur le risque de défaut (analyse de survie). Il n'existerait alors pas de “meilleure” méthode pour la simple raison qu'il n'existe pas de base commune pour les comparer. Le choix de telle ou telle approche serait plutôt conditionné par l'objectif de la recherche, la structure des données ainsi que la disponibilité de certaines variables.

Cependant, des comparaisons entre les aptitudes de certains modèles à bien prédire les faillites des PME ont été réalisées. Altman, Marco et Varetto (1994) ont utilisé un échan-

tillon de 1 000 firmes italiennes pour comparer la performance des réseaux de neurones face à celles des méthodes statistiques classiques. Le résultat qui ressort de l'étude est que les précisions des méthodes sont comparables. Les auteurs concluent que les réseaux de neurones ne performant pas mieux que les autres méthodes.

La régression logistique a été comparée à l'analyse discriminante multivariée par Hamer (1983). Ce dernier a conclu que les modèles comparés avaient une aptitude semblable à prédire le défaut.

Frydman, Altman et Kao (1985) ont de leur côté étudié la performance de l'algorithme de partitionnement récursif face à celle de l'analyse discriminante multivariée. Les résultats obtenus grâce au partitionnement récursif ont été jugés bons. Cependant, comme l'analyse discriminante produit un pointage continu, la comparaison entre les classifications issues des deux méthodes fut difficile pour les auteurs.

Quintana *et al.* (2008) ont comparé plusieurs méthodes, dont la régression logistique et les algorithmes de Bayes naïfs. Selon leur étude, la régression logistique a surperformé ces derniers ainsi que 3 des 5 autres méthodes. Les deux méthodes ayant fourni les meilleurs résultats sont celles basées sur le *multilayer perceptron* (une version modifiée des réseaux de neurones) et l'*evolutionary nearest neighbor classifier* (une version modifiée de la méthode des  $k$  plus proches voisins).

Finalement, nous aimerions noter que ces comparaisons entre les performances des différentes méthodes ont été réalisées sur la base des pourcentages de bonne classification (ou de mauvaise classification). Ceci attribue implicitement le même coût aux erreurs de type I et II. Comme nous le savons déjà, les erreurs de type I coûtent plus cher que celles de type II. Ainsi, pour avoir des comparaisons plus justes, les coûts relatifs de ces erreurs auraient dû être pris en considération dans les études précédentes.

## 3 Données

Le but de notre recherche est de déterminer un indicateur de capacité de remboursement pour les PME, analyser ses déterminants et mesurer l'amélioration qu'il pourrait apporter à la précision d'un modèle de pointage de crédit. Avant d'étudier les variables qui nous ont permis de mener à bien notre recherche, nous désirons tout d'abord présenter la base de données utilisée ainsi que les étapes de nettoyage qui nous ont conduit à la sélection de notre échantillon final.

### 3.1 Description de la base de données

La base de données utilisée dans cette étude provient exclusivement d'une institution financière canadienne qui a collaboré avec nous sur ce projet. Elle comprend des données sur un échantillon d'entreprises ayant été clientes de la banque au 30 juin 2004. Les statuts de défaut de ces entreprises ont été observés entre le 30 juin 2004 et le 31 mai 2005, de manière à laisser un intervalle d'au moins 12 mois entre ces dates et les dates auxquelles les informations relatives à l'entreprise ont été recueillies.

Parmi les informations détenues à propos de ces entreprises, on retrouve des informations relatives au bilan telles que la taille des actifs et des passifs à long et à court terme, le montant des comptes à recevoir et le montant des stocks. Nous retrouvons aussi des informations relatives à leur état des résultats comme le montant des revenus de vente, le bénéfice avant impôt et intérêts et le bénéfice net. Finalement, nous considérons aussi des informations produites au sein de la banque comme la cote de risque de crédit de l'entreprise, la valeur moyenne de son compte épargne ainsi que les montants qui lui ont été autorisés en marge de crédit et en prêt.

Cette base de données compte initialement 23 869 observations. Cependant, afin que les données soient cohérentes avec les objectifs de recherche, une sélection ainsi qu'un nettoyage ont dû être effectués. Nous nous sommes retrouvés finalement avec un échantillon global de 8 777 PME, dont 7 022 (80 %) ont été choisies aléatoirement pour servir comme échantillon de développement et 1 755 (20 %) ont été utilisées comme base de validation. Notre technique de validation est ainsi semblable à celle illustrée à la case A de la figure 1.

## **3.2 Critères de sélection et de nettoyage**

Voici en ordre, la liste des étapes par lesquelles nous sommes passés afin de sélectionner l'échantillon final qui sera utilisé dans cette étude.

### **3.2.1 Traitement des valeurs aberrantes**

Afin que nos estimations ne soient pas altérées par des valeurs aberrantes, nous avons exclu de notre échantillon toute observation présentant des valeurs déraisonnables. Ainsi, les entreprises présentant des actifs (passifs) totaux ou à court-terme inférieurs à 0, de même que celles présentant des actifs (passifs) à court-terme qui excèdent les actifs (passifs) totaux ont été exclues de notre analyse. Nous avons aussi rejeté certaines observations qui présentaient des revenus de ventes négatifs. Finalement, nous n'avons considéré que les entreprises pour lesquelles des prêts ont été octroyés.

### **3.2.2 Traitement des valeurs manquantes**

Certaines observations de notre échantillon comportaient des valeurs manquantes au niveau d'une ou de plusieurs variables. Afin de permettre une comparaison juste entre tous

les modèles candidats, nous avons jugé nécessaire de le faire sur le même échantillon de données. Ainsi, après analyse, nous avons supprimé de notre échantillon les observations comportant une valeur manquante au niveau des variables qui semblaient avoir de fortes chances d'être sélectionnées dans le modèle final. De ce fait, nous faisons l'hypothèse que le manque de données au sein de notre échantillon est non-porteur d'information et que les valeurs sont MCAR (*Missing Completely At Random*).

### 3.2.3 Exclusion de certaines catégories d'entreprises

Afin de nous conformer aux critères propres à la banque, nous avons exclu de notre échantillon les firmes ayant un engagement de crédit inférieur à 5 000 \$ ou supérieur à 15 000 000 \$. Selon la banque, ces firmes ne rentrent pas dans la catégorie des PME.

Nous avons aussi exclu de notre échantillon les firmes provenant des secteurs suivants :

- Associations, syndicats et foyers : ces organisations ont des comportements financiers différents des autres entreprises dans la mesure où la rentabilité ne constitue pas leur principal objectif. En outre, ils ne rentrent pas dans les critères de définition de PME selon Industrie Canada.
- Établissements publics : le défaut de ce genre d'établissements est peu probable, car ils sont protégés par les municipalités ou les ministères desquels ils relèvent. Industrie Canada les exclut aussi de la catégorie des PME.
- Finance : les entreprises issues de ce secteur sont soumises à une réglementation assez stricte qui fait en sorte que leur risque de défaut soit relativement négligeable. En outre, compte tenu de leurs activités, elles présentent une structure de bilan différente et des niveaux d'endettement très élevés.
- Immobilier : les entreprises immobilières sont surtout touchées par la conjoncture de leur secteur et par d'autres paramètres dont nous ne disposons pas. Nous avons jugé

approprié de les exclure de notre analyse.

- Services gouvernementaux : ces entreprises relèvent de l'État. Celui-ci ne peut théoriquement faire défaut.

### 3.2.4 Traitement des doublons

Dans notre base de données, quelques entreprises ont eu deux observations à deux moments différents dans le temps. Pour ces entreprises, nous n'avons sélectionné que les observations les plus récentes, à condition qu'il y ait au moins un an les séparant de la date où le statut du défaut a été observé.

Cette étape a été menée à la fin du processus pour augmenter la disponibilité des données. Ainsi, si par exemple l'observation la plus récente comporte une valeur aberrante, alors on aura au moins gardé l'observation la plus ancienne. Si par contre cette étape fut effectuée au début, nous aurions perdu les deux observations.

### 3.2.5 Traitement des valeurs extrêmes

Les données ont bénéficié d'un traitement pour valeurs extrêmes selon la méthode multidimensionnelle. Contrairement aux méthodes classiques univariées qui ne peuvent tenir compte que d'une seule dimension à la fois, les méthodes multivariées offrent l'avantage de pouvoir relever des valeurs extrêmes sur des bases à plusieurs dimensions.

Parmi les variables d'intérêt que nous avons choisi pour conduire une telle analyse, nous retrouvons la valeur des actifs de l'entreprise, le montant de son bénéfice net après impôt, la valeur moyenne de son compte épargne et son solde de prêt.

Les deux méthodes les plus populaires pour conduire ce type d'analyse sont la distance D de Mahalanobis et le MVE (*Minimum Volume Ellipsoïde*). La distance D de Mahalanobis

est interprétée comme étant une distance par rapport au centre des observations. Elle diffère de la distance euclidienne par le fait qu'elle tient compte de la corrélation entre les variables. Cependant, sa principale faiblesse est qu'elle utilise la moyenne pour définir le centre. La présence de valeurs extrêmes peut tirer cette moyenne vers le haut, ce qui rend d'autres valeurs extrêmes (ou les valeurs extrêmes elles-mêmes) difficilement détectables. Nous avons alors utilisé la méthode basée sur le MVE qui est plus robuste. Pour plus d'informations sur cette méthode, nous invitons nos lecteurs à consulter les travaux de Rousseeuw et Leroy (1987) ainsi que ceux de Rousseeuw et Van Zomeren (1990).

Après analyse, nous avons supprimé 90 observations présentant, selon nous, des cas multivariés de valeur extrêmes, ce qui représente moins de 1 % de notre échantillon. La figure 12 présentée en annexe 1 montre le graphique de dispersion des distances basées sur le MVE pour notre échantillon final. Ce graphique nous montre que notre échantillon final est composé de firmes présentant des valeurs homogènes au niveau des variables d'intérêt.

## 4 Sélection des variables candidates et hypothèses

Rappelons que dans un premier temps, notre méthodologie visera à construire un modèle de pointage pour les entreprises de notre échantillon. Sur la base des résultats obtenus, nous déterminerons dans un deuxième temps un indice de leur capacité de remboursement marginale. Dans cette section, nous présenterons les variables candidates à la détermination de l'un ou l'autre de ces deux éléments.

Contrairement à la majorité des études antérieures ayant analysé le risque de défaut des PME, nos variables candidates ne prendront pas seulement la forme de ratios comptables. Premièrement, le fait d'avoir collaboré avec une institution financière nous a permis d'accéder à certaines variables qui ne figurent pas dans les documents comptables des firmes. Deuxièmement, dans cette première partie de notre étude, notre principal but sera de spécifier de la manière la plus efficace possible le risque de défaut des PME. Ainsi, nous accorderons plus d'importance au pouvoir discriminant du modèle qu'à sa facilité d'interprétation, car rappelons-le, le but principal de notre étude est la détermination de la capacité de remboursement marginale et non l'analyse du risque de défaut des PME. Par conséquent, il n'y avait pas de raison de ne pas explorer toutes les possibilités qui nous étaient offertes.

Les variables candidates sont divisées selon leur provenance en trois catégories : les variables de bilan, les variables de l'état des résultats et les variables issues de l'institution financière. À partir de ces variables, nous avons créé différents ratios qui vont constituer notre quatrième catégorie de variables.

## 4.1 Variables de bilan

Pour cette catégorie de variables, nous avons eu accès à deux types de données : des montants initiaux et des montants redressés si un redressement avait eu lieu. Nous avons préféré considérer les montants redressés, car à notre avis, ils représentent mieux la vraie situation financière de l'entreprise.

### Valeur des actifs

Nous avons eu accès aux valeurs de l'actif total, de l'actif à court terme et de l'actif à long terme. L'actif total peut être utilisé comme indicateur relatif à la taille de l'entreprise. Celle-ci peut en effet être un facteur déterminant influençant négativement sa probabilité de défaut. Afin d'obtenir des valeurs comparables pour notre échantillon, nous avons divisé plusieurs variables par la valeur de l'actif total. L'actif à court terme regroupe quant à lui les éléments qui peuvent être facilement convertis en espèces dans un délai inférieur à 12 mois. Cela constitue un bon indicateur du niveau de liquidités et des quasi-liquidités dont dispose la firme. Ces sommes peuvent être utilisées à des fins de remboursement de la dette et par conséquent, nous nous attendons à une relation négative entre le montant de l'actif à court terme et le risque de défaut de la firme.

### Valeur des passifs

Comme pour les actifs, nous avons eu accès aux valeurs du passif total, du passif à long terme et du passif à court terme. Le passif d'une firme représente l'ensemble des obligations de remboursement qui lui incombent. Dépendamment de leur échéance, ces obligations constitueront le passif à court terme (si leur échéance est inférieure à 12 mois) ou le passif à long terme (si leur échéance est au-delà de 12 mois). Nous prévoyons une relation

positive entre les valeurs des passifs des firmes et leur risque de défaut.

### **Montant des comptes à recevoir**

Cette variable représente la valeur de l'ensemble des produits ou des services dont la fourniture ou la prestation a déjà eu lieu, mais pour lesquels l'entreprise n'a pas encore reçu de paiement. En général, les entreprises qui accordent un délai de paiement à leurs clients sont en bonne santé financière. Nous prévoyons donc une relation négative entre cette variable et la probabilité de défaut de la firme.

### **Valeur des stocks**

Les stocks désignent des charges d'exploitation contractées, mais dont la consommation ou la vente n'a pas encore eu lieu. Ce montant correspond à la somme des valeurs des stocks de matières premières, de marchandises, de produits en cours de fabrication ou de produits finis. La revente d'une partie des stocks peut constituer une solution de dernier recours qui permet aux entreprises d'effectuer le paiement exigible sur leur emprunt. Les stocks font partie de l'actif à court terme, et comme pour celui-ci, nous nous attendons à ce que la relation entre la valeur des stocks et la probabilité de défaut soit négative.

### **Montant de l'amortissement**

L'amortissement est la constatation comptable de la perte de valeur subie par un bien en raison de son utilisation ou de sa détention prolongée par l'entreprise. Il recouvre donc, de fait, deux phénomènes distincts : l'usure due à l'utilisation d'un bien (machines, véhicules, immeubles, etc.) et l'obsolescence, due au fait que les actifs de production utilisés par l'entreprise peuvent devenir désuets compte tenu de l'évolution technologique du secteur

d'activité (Vernimmen, 2009). L'amortissement peut être linéaire ou dégressif et le choix de la méthode d'amortissement incombe à l'entreprise. Un amortissement linéaire suppose que la perte de valeur d'un bien est proportionnelle à sa durée d'utilisation ou à sa durée de détention. Un amortissement dégressif par contre, suppose que cette perte de valeur diminue avec le temps : elle est plus forte durant les premières années que durant les dernières. Ainsi, toute chose étant égale par ailleurs, on peut supposer que les entreprises qui ont des montants d'amortissement élevés sont celles qui ont procédé récemment à des achats ou à des renouvellements d'actifs. Ceci peut être synonyme d'une bonne santé financière. On s'attend à ce que si cette variable est incorporée dans le modèle, elle ait un effet négatif sur le risque de défaut des firmes.

## 4.2 Variables de l'état des résultats

### **Montant des revenus de vente**

Les revenus de vente sont des produits d'exploitation qui témoignent de la capacité de la firme à dégager des recettes à partir de sa principale activité. Nous prévoyons que cette variable influence négativement le risque de défaut des firmes.

### **Montant des bénéfices**

Nous avons eu accès au montant du bénéfice avant intérêts et impôts et au montant du bénéfice net. Il s'agit de deux variables qui illustrent la capacité de la firme à dégager des bénéfices à partir de l'ensemble des activités qu'elle poursuit (ventes, placements, etc.). Nous nous attendons à ce que ces deux variables aient un effet négatif sur le risque de défaut d'une firme.

### **Montant des dividendes**

Les dividendes représentent des montants distribués à partir des bénéfices de l'entreprise pour rémunérer les apporteurs de capitaux propres. Les entreprises qui versent des dividendes sont en général celles qui n'ont pas manqué à leur obligation d'effectuer les remboursements requis par leurs emprunts. Nous prévoyons ainsi une relation négative entre le montant des dividendes versés et la probabilité de défaut de la firme.

## **4.3 Variables détenues exclusivement par l'institution financière**

### **Défaut**

Selon l'institution financière, un défaut a lieu si l'une des situations suivantes se présentait :

1. un retard de 90 jours ou plus sur le service de la dette ;
2. un transfert du compte au service de recouvrement de la banque, pour une autre raison que le retard de paiement ; ou
3. si le prêt a fait objet d'une provision pour créances douteuses dans les livres comptables de la banque.

Les deux dernières situations ont lieu lorsqu'il existe un doute raisonnable et justifié quant à la possibilité de recouvrer la totalité du capital et des intérêts.

Cette définition rejoint les recommandations du comité de Bâle sur le contrôle bancaire (2001) qui a défini le défaut comme étant une situation qui a lieu lorsqu'on observe l'un ou l'autre des événements suivants :

1. il a été déterminé que l'emprunteur a de faibles chances de rembourser la totalité de sa dette (principal, intérêt, ou frais) ;
2. une écriture passant le prêt aux pertes dans les livres comptables de la banque ;

3. un retard de paiement de plus de 90 jours sur un engagement de crédit ; ou
4. l'emprunteur a déclaré faillite ou a reçu toute protection similaire contre les crédi-  
teurs.

La variable défaut sera notre variable dépendante dans la première partie de notre travail.

Il s'agit d'une variable binaire modélisée comme suit :

$$\text{Défaut} = \begin{cases} 1 & \text{si l'entreprise a fait défaut} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

### **Cote de risque de crédit**

Il s'agit d'une cote de risque interne qui est développée par la banque. C'est une mesure qui offre une information à propos du risque de crédit de l'entreprise. Elle est établie par le service de crédit de la banque sur la base de certains critères quantitatifs tels que ses ratios financiers et/ou des critères qualitatifs tels que la qualité de gestion de la firme. Cependant, pour des raisons de confidentialité, nous n'avons pas pu avoir accès à la liste des facteurs qui rentrent dans la composition de cette variable.

Cette cote prend des valeurs allant de 1 à 6. La valeur 1 indique que l'entreprise détient une excellente qualité de crédit et présente un risque de défaut quasi nul. Plus la valeur de la cote de risque augmente plus elle reflète une détérioration de la qualité de crédit de la firme. Ainsi, une valeur 6 reflète une situation où l'entreprise a de fortes chances de faire défaut. Les dossiers de crédit des firmes ayant des cotes de risque qui prennent des valeurs inférieures ou égales à 4 sont gérés par les directeurs de comptes de la banque. Les dossiers de crédit des autres firmes, c'est-à-dire qui ont les cotes 5 et 6, sont transférés au service de recouvrement.

Dans notre échantillon, il n'y avait que très peu d'observations ayant la cote de risque 1. Par ailleurs, aucune entreprise ayant la cote de risque 1 ou 2 n'a fait défaut. Nous avons alors jugé nécessaire de jumeler les catégories 1, 2 et 3 de manière à faire en sorte que la nouvelle catégorie créée contienne un effectif suffisant et au moins un défaut afin de pouvoir utiliser nos modèles statistiques.

Comme cette variable est catégorielle, nous avons choisi comme catégorie de référence la catégorie 6. Notre choix est motivé par le fait que cette catégorie comporte un nombre suffisant d'observations ainsi que le taux de défaut le plus élevé. Nous nous attendons à ce que plus la valeur de la cote de risque augmente, plus grande sera la probabilité de défaut des entreprises.

### **Défaut antérieur**

Cette variable indique si l'entreprise a fait au moins un défaut durant les 24 derniers mois. C'est une variable qui peut offrir une bonne information concernant la délinquance de l'entreprise. Il s'agit d'une variable binaire modélisée comme suit :

$$\text{Défaut antérieur} = \begin{cases} 1 & \text{si l'entreprise a eu un défaut durant les 24 derniers mois} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous nous attendons à ce que les entreprises délinquantes aient plus de risque de faire défaut. Ainsi, le signe associé à cette variable serait positif selon nos attentes.

### **Solde du prêt**

Cette variable indique le montant d'argent qui incombe à l'entreprise de rembourser. Cette variable peut influencer le risque de défaut de deux manières. D'un côté, plus ce montant sera élevé, plus lourd sera le fardeau de remboursement du capital et des intérêts pour l'entreprise, et plus grand sera son risque de faire défaut. D'un autre côté, plus ce montant sera élevé, moins l'entreprise en mauvaise situation financière sera déterminée à rembourser la totalité du prêt. En effet, nous estimons que lorsqu'il ne reste que quelques versements à effectuer, les firmes seront portées à redoubler d'efforts afin de rembourser la balance restante et éviter ainsi plusieurs complications. Nous prévoyons alors que cette variable affectera positivement le risque de défaut des PME de notre échantillon.

### **Montant autorisé en prêt**

Cette variable indique le montant qui a été octroyé à l'entreprise sous forme de prêt. Un montant élevé accordé par la banque peut représenter un signe de bonne santé financière de la firme. Par contre, en raison de la corrélation qui peut exister entre cette variable et le solde du prêt, nous ne pouvons pas faire d'hypothèse à propos du signe que prendra cette variable.

### **Pourcentage de remboursement du prêt**

Afin de dissocier les deux effets de la variable "solde du prêt" tels que vus précédemment, nous avons créé la variable "pourcentage de remboursement du prêt". Celle-ci est déterminée de la manière suivante :

$$\text{Pourcentage de remboursement du prêt} = 100 \times \frac{(\text{Montant autorisé en prêt} - \text{Solde du prêt})}{\text{Montant autorisé en prêt}}$$

Nous prévoyons que plus une entreprise aura remboursé une plus grande partie de son prêt, plus elle sera déterminée à rembourser ce qui en reste. De ce fait, nous nous attendons à un signe négatif pour cette variable.

### **Solde de la marge de crédit**

La marge de crédit correspond à un montant prédéterminé par la banque mis à la disposition de l'entreprise pour un éventuel emprunt. L'entreprise peut ainsi retirer de l'argent jusqu'à concurrence de ce montant, et au fur et à mesure qu'elle procède au remboursement, elle peut réutiliser cette marge de crédit jusqu'à la limite permise. La marge de crédit constitue alors un coussin de liquidités que la firme peut utiliser au cas où elle en manquerait.

Le solde de la marge de crédit correspond au montant d'argent que l'entreprise a retiré, majoré des intérêts s'il y a lieu, qui incombe à l'entreprise de rembourser à sa banque. Ainsi, plus ce montant est grand, plus ce sera un indice que la firme manque de liquidités, et que sa situation financière se détériore. Nous prévoyons que cette variable aura un effet positif sur le risque de défaut des firmes.

### **Montant autorisé en marge de crédit**

Cette variable représente la limite qui a été accordée à la PME en guise de marge de crédit. Contrairement au cas des prêts, il n'existe que peu de corrélation entre le montant autorisé et le solde de la marge de crédit. Le montant autorisé en marge de crédit agit alors comme une forme d'assurance pour garantir à la firme un accès au financement en cas de besoin. Dans le cas où l'entreprise éprouve un manque temporaire en liquidités, ce financement peut être utilisé pour effectuer le paiement exigible sur le prêt. Selon nos attentes, cette

variable sera négativement liée au risque de défaut des entreprises.

### **Solde moyen du compte épargne**

Cette variable indique la moyenne sur les 12 derniers mois du solde du compte épargne de l'entreprise. Le compte épargne est utilisé dans notre cas pour désigner un compte ouvert par l'entreprise chez sa banque où elle peut déposer de l'argent, effectuer des retraits et encaisser des chèques. Cette valeur peut être négative, dans la mesure où certaines entreprises bénéficient d'un découvert bancaire leur permettant d'effectuer des paiements (factures, chèques, etc.) dont le montant excède le solde du compte.

Nous estimons que les firmes disposant de plus de liquidités seront moins enclines à manquer à leurs engagements financiers. Ainsi, nous prévoyons que cette variable aura un effet négatif sur la probabilité de défaut des entreprises.

## **4.4 Ratios financiers**

Les ratios financiers ont le pouvoir de refléter une image assez claire de la situation financière d'une entité. À travers les décennies, la littérature n'a cessé de démontrer leur utilité. Cependant, il n'existe toujours pas de commun accord sur une liste restreinte de ratios à utiliser. Ainsi, selon Chen et Shimerda (1981), parmi plus de 100 ratios financiers identifiés, pas moins de la moitié ont été utilisés dans au moins une étude empirique. Comme le nombre de ratios utilisés dans la littérature est assez large, nous avons procédé en trois étapes afin de recueillir un panier de ratios candidats pour notre modèle.

La première étape a consisté à collecter un ensemble de ratios ayant été utilisés dans la littérature. Cette étape nous a permis d'identifier les ratios qui revenaient le plus dans les différentes études.

En deuxième étape, nous avons créé des ratios pour notre base de données à partir de ceux identifiés antérieurement. Cependant, pour des raisons de disponibilité, nous n'avons pas pu créer certains ratios. Par exemple, nous n'avons pas pu créer des ratios se rapportant à la productivité comme le ratio "charges du personnel / ventes totales" utilisé dans l'étude menée par Khandani, Lozano et Carty (2001). La variable "charge du personnel" n'était tout simplement pas disponible pour notre cas.

Finalement, nous avons analysé les ratios créés et avons supprimé ceux qui présentaient des problèmes d'interprétation. Par exemple, le ratio "bénéfice net / capitaux propres" a été supprimé de notre sélection, car certaines firmes de notre échantillon présentaient des valeurs négatives aux capitaux propres. Pour ces firmes, l'accumulation des pertes a fait en sorte qu'elles survivent maintenant seulement grâce aux crédits qui leur ont été consentis. Comme le montant du bénéfice net peut aussi être négatif, une firme enregistrant une large perte nette et des capitaux propres légèrement négatifs, verra son ratio "bénéfice net / capitaux propres" présenter une valeur positive élevée, ce qui mènera à une mauvaise interprétation.

Les ratios créés ont été regroupés en quatre catégories : endettement, liquidité, profitabilité et activité. Le tableau 3 présente la liste des ratios ayant été sélectionnés pour mener cette étude. Dans ce tableau, nous avons aussi exposé les liens de dépendance attendus entre les différents ratios et le risque de défaut des firmes, tout en produisant une liste de quelques études empiriques où ces ratios ont également été utilisés. Nos données nous ont aussi permis de créer certains ratios qui, à notre connaissance, n'ont pas encore été utilisés dans des modèles empiriques. Pour ces ratios, la mention N.D. (non-disponible) a été inscrite dans la case appropriée.

Catégorie	Ratio	Hypothèse	Littérature
Endettement	Passif total / Actifs total	+	d, e, f, g, h
	Capitaux propres / Actif total	-	f, h
	Passif à long terme / Actif total	+	d, h
	Dettes / Actif total	+	a, b, f, g
	Dettes / Actif à court terme	+	N.D.
	Dettes / (Actif total - dette)	+	f
	Dettes / Passif total	+	j
Liquidité	Actif à court terme / Passif à court terme	-	d, e, g, h,
	Fonds de roulement / Actif total	-	a, c, d, h, j
	Passif à court terme / Actif total	+	d
	Cash / Actif total	-	d, f, g, h
	Fonds de roulement / Ventes	-/+	d, h
	Cash / Ventes	-/+	d
	Actif à court terme / Ventes	-/+	d
	Cash / Passif à court terme	-	d, g, h
	Fonds de roulement / Passif à court terme	-	d
(Actif à C.T. - Stocks) / Passif à C.T.	-	d, e, f, g	
Profitabilité	BAIL / Actif total	-	d, g
	Dividendes / Actif total	-	N.D.
	Bénéfices nets (Pertes nettes) / Actif total	-	b, e, f, h
	BAIL / Ventes	-	d, e, g
	Bénéfices nets (Pertes nettes) / Ventes	-	a, d, e
Activité	Stocks / Ventes	+	d, h
	Stocks / Actifs total	-	N.D.
	Comptes à recevoir / Ventes	+	f, h
	Comptes à recevoir / Passif total		d
	Ventes / Actif total	-	d, h

- |                                 |                                       |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| a) Altman (1968)                | f) Falkenstein, Boral et Carty (2000) |
| b) Beaver (1967)                | g) Hayden (2003)                      |
| c) Blum (1969)                  | h) Kahya et Theodossiou (1999)        |
| d) Chen et Shimerda (1981)      | i) Keasey et McGuinness (1990)        |
| e) Crouhy, Galai et Mark (2001) | j) Khandani, Lozano et Carty (2001)   |

TABLE 3 – Ratios financiers candidats au modèle

Dans ce tableau, les ratios financiers ayant été examinés dans cette étude ont été regroupés selon quatre catégories. En outre, la troisième colonne décrit le lien de dépendance attendu entre la variable et la probabilité de défaut des firmes. Le signe “+” indique qu’une augmentation au niveau du ratio entraînerait une augmentation de la probabilité de défaut, et le signe “-” indique qu’une augmentation au niveau du ratio impliquerait une diminution de la probabilité de défaut. La quatrième colonne indique quelques études empiriques ayant utilisé ces ratios (N.D. signifie non-disponible).

### **Ratios d'endettement**

La catégorie ratios d'endettement contient 8 différents ratios qui expriment le degré de levier financier adopté par la compagnie. Ces ratios informent sur la capacité de la firme à faire face à ses engagements à long terme. Les plus populaires parmi ces ratios sont sans doute le ratio "passif total / actif total" et le ratio "dette / actif total". Ces ratios mesurent respectivement le pourcentage de l'actif total fourni par tous les créiteurs de la compagnie et le pourcentage de l'actif financé exclusivement par la dette. Comme pour la majorité des ratios de cette catégorie, nous prévoyons un signe positif, ce qui est en lien avec l'hypothèse selon laquelle plus une entreprise est endettée, plus son risque de défaut est grand.

### **Ratios de liquidité**

Les ratios de liquidité mesurent la capacité de la firme à faire face à ses engagements financiers à court terme. L'un des ratios les plus populaires de cette catégorie est le ratio de liquidité générale. Ce ratio s'obtient en divisant l'actif à court terme par le passif à court terme. Il mesure l'aptitude de l'entreprise à rembourser son passif à court terme à l'aide de son actif à court terme. Plus ce ratio sera élevé, plus la compagnie sera censée détenir de la liquidité et moins grande sera sa probabilité de faire défaut.

### **Ratios de profitabilité**

La profitabilité de l'entreprise est une condition majeure à sa survie à long terme. Les ratios de profitabilité mesurent la capacité de l'entreprise à générer des profits à partir des ressources dont elle dispose. Ainsi, le ratio de rendement sur actifs est obtenu en divisant le bénéfice net par l'actif total de la firme. Ce ratio mesure combien de cents l'entreprise a pu dégager de chaque dollar investi dans son actif. Par ailleurs, le ratio de marge bénéficiaire

nette est obtenu en divisant le bénéfice net par le total des ventes de l'entreprise. L'utilité de ce ratio est qu'il mesure combien de bénéfices l'entreprise se fait-elle sur chaque dollar de vente. Nous prévoyons que plus une entreprise sera profitable, moins elle aura de risque de manquer à ses engagements.

### **Ratios d'activité**

Ces ratios nous renseignent sur certaines activités de l'entreprise telles que les niveaux de stockage et de vente. Un niveau de stockage trop élevé, mesuré par exemple par le ratio "stocks / ventes" signifierait que l'entreprise fait probablement face à une baisse de demande pour ses produits. En ce qui a trait aux activités de vente, le ratio de rotation de l'actif, obtenu en divisant le montant des ventes par celui de l'actif total, jauge l'efficacité de la firme à gérer l'ensemble de ses actifs. Ce ratio indique le chiffre d'affaires réalisé pour chaque dollar investi. Plus sa valeur est élevée, plus l'entreprise sera considérée comme étant en bonne situation financière et plus elle sera capable d'honorer ses engagements financiers.

## 5 Statistiques descriptives

Dans cette section, nous explorerons quelques aspects relatifs à la distribution des entreprises composant notre échantillon. Nous procéderons aussi à l'analyse des statistiques descriptives des variables candidates à nos modèles et ferons une comparaison entre le groupe des entreprises ayant fait défaut et le groupe de celles ne l'ayant pas fait.

### 5.1 Composition de notre échantillon

La figure 3 montre la distribution des entreprises de notre échantillon selon la taille de leurs actifs. Nous remarquons tout d'abord une très grande similitude au niveau de la composition de nos bases de données développement et validation. Ensuite, nous pouvons constater que la majorité des entreprises de notre échantillon global ont moins de 250 000 \$ en actifs.

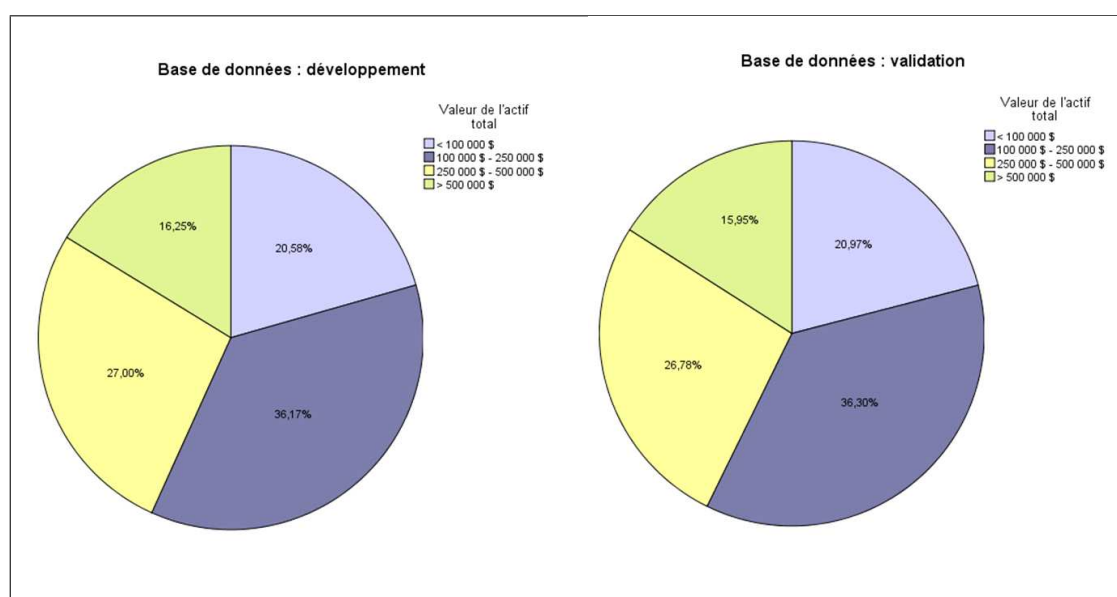


FIGURE 3 – Distribution des entreprises selon la taille de leurs actifs

Ce graphique révèle la distribution des entreprises de notre échantillon final selon la taille de leurs actifs comptables. Les graphiques de gauche et de droite représentent respectivement cette distribution pour nos échantillons de développement et de validation. Les différences à ce niveau paraissent minimes.

La distribution des entreprises selon leur chiffre d'affaires est illustrée à la figure 4. Rappelons qu'Industrie Canada utilise le chiffre d'affaires comme critère de définition du concept de PME. Selon l'organisation, les PME sont des exploitations commerciales comptant moins de 500 employés et ayant un chiffre d'affaires annuel inférieur à 50 millions de dollars. Selon cette figure, nous pouvons remarquer que les entreprises ayant un chiffre d'affaires supérieur à 5 millions de dollars ne représentent que 0,57 % de notre échantillon. D'ailleurs, la valeur maximale de cette variable est d'environ 18 millions de dollars. En l'absence de variable indicatrice du nombre d'employés, nous pouvons présumer que notre échantillon est composé exclusivement de PME selon la définition d'Industrie Canada.

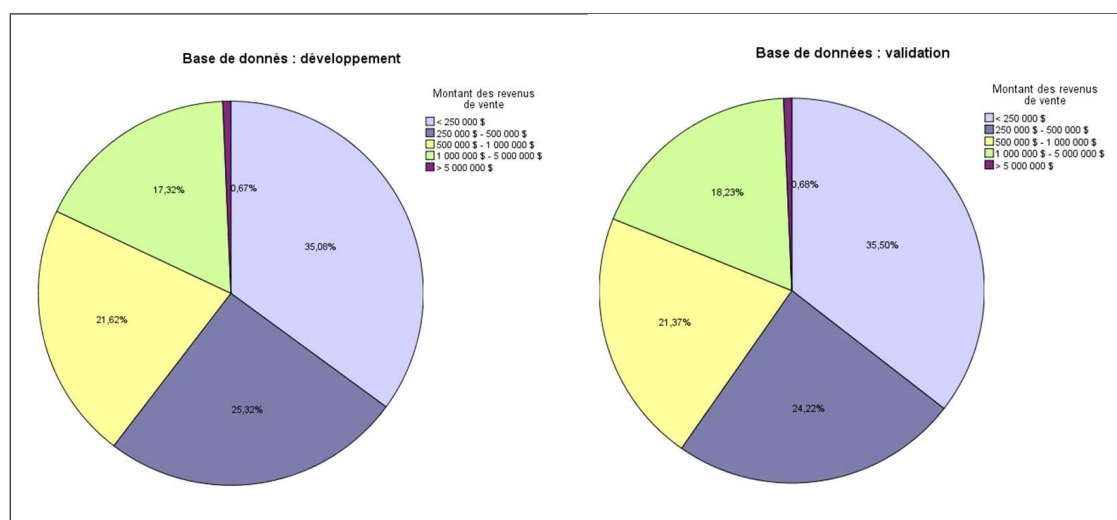


FIGURE 4 – Distribution des entreprises selon leur chiffre d'affaire annuel

Cette figure montre la distribution des revenus de ventes des entreprises de notre échantillon final. Le graphique de gauche révèle cette distribution pour notre échantillon de développement et le graphique de droite expose cette distribution pour notre échantillon de validation. La comparaison des deux graphiques ne signale pas de différence marquée à ce niveau.

Un aspect très important que nous avons pris en considération dans notre étude est le taux de défaut au sein de notre échantillon. À la suite des étapes de nettoyage (doublons, valeurs aberrantes, et observations extrêmes), notre échantillon final était composé de 8 777 PME. Le tableau 4 montre que parmi ces entreprises, 63 ont fait défaut, ce qui représente une

proportion de 0,72 %. Il s'agit d'un taux de défaut relativement faible avec lequel nous devions oeuvrer avec soin.

Base de données	Défaut	Fréquence	Pourcentage	Fréquence cumulée	Pourcentage cumulé
Développement	0	6 973	99,30	6 973	99,30
	1	49	0,70	7 022	100,00
Validation	0	1 741	99,20	1 741	99,20
	1	14	0,80	1 755	100,00
Total	0	8 714	99,28	8 714	99,28
	1	63	0,72	8 777	100,00

TABLE 4 – Fréquence des défauts et des non-défauts au sein de notre échantillon

Ce tableau expose la fréquence ainsi que le taux de défaut et de non-défaut au sein de notre échantillon final. Le “0” est utilisé pour désigner une situation de non-défaut, tandis que le “1” est utilisé pour désigner le défaut.

La figure 5 révèle la distribution des entreprises de notre échantillon par cote de risque selon leur état de défaut. Rappelons que pour les catégories de risque 1 et 2 aucun défaut n'a été observé dans notre échantillon. Afin de ne pas influencer nos résultats, ces deux catégories ont dû être jumelées avec la catégorie 3. À partir de ce graphique, nous pouvons constater que la cote de risque 4 représente le mode, que ce soit pour les entreprises ayant fait défaut ou non. Nous pouvons aussi remarquer une grande concentration des non-défauts au niveau des catégories de risque 1, 2, 3 et 4, tandis que les défauts sont plus concentrés dans les catégories 4, 5 et 6, et ce, pour les deux bases de données. Ceci témoigne de l'efficacité de la cote de risque de crédit à prédire le risque de défaut.

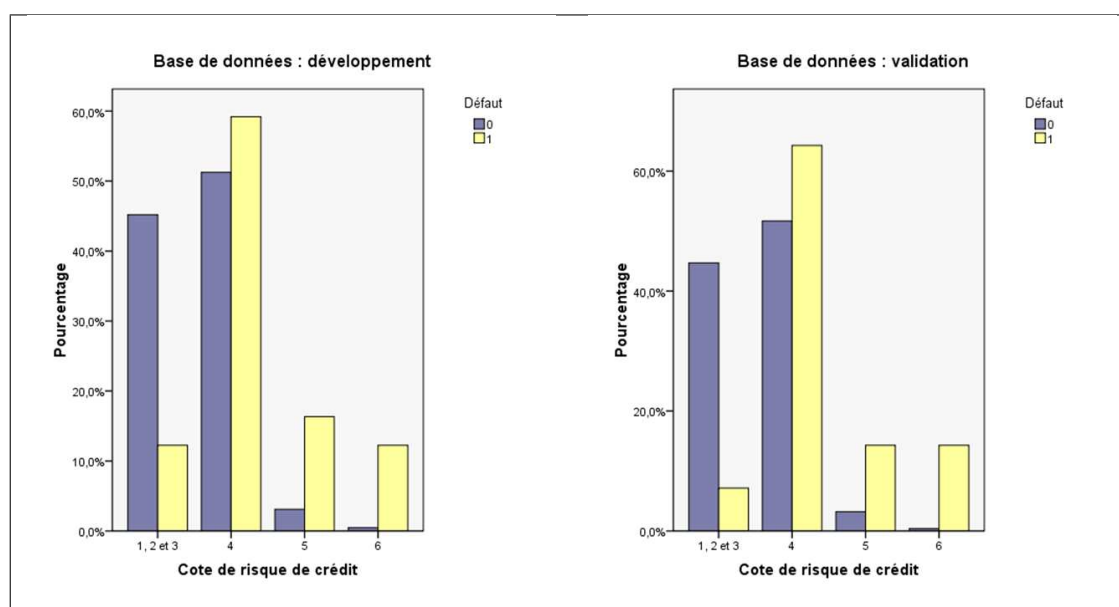


FIGURE 5 – Distribution des entreprises selon leur cote de risque

Les graphiques montrent la distribution des cotes de risque au sein de nos échantillons de développement et de validation. Les cotes sont classées en ordre croissant du risque. la cote 1 désigne la catégorie la moins risquée et la cote 6 indique la catégorie la plus risquée. Pour des raisons statistiques, les catégories 1, 2 et 3 ont dû être jumelées.

Un autre aspect important que nous vérifions dans notre échantillon est l'hétérogénéité des stades de remboursement auxquels sont rendues les entreprises. L'utilité d'un tel aspect deviendra nécessaire lorsque nous procéderons à la mesure de la capacité de remboursement marginale des firmes. La figure 6 expose la distribution de notre échantillon selon la proportion remboursée du prêt. Nous pouvons constater que nos bases de données regroupent des entreprises qui sont à différents stades de remboursement.

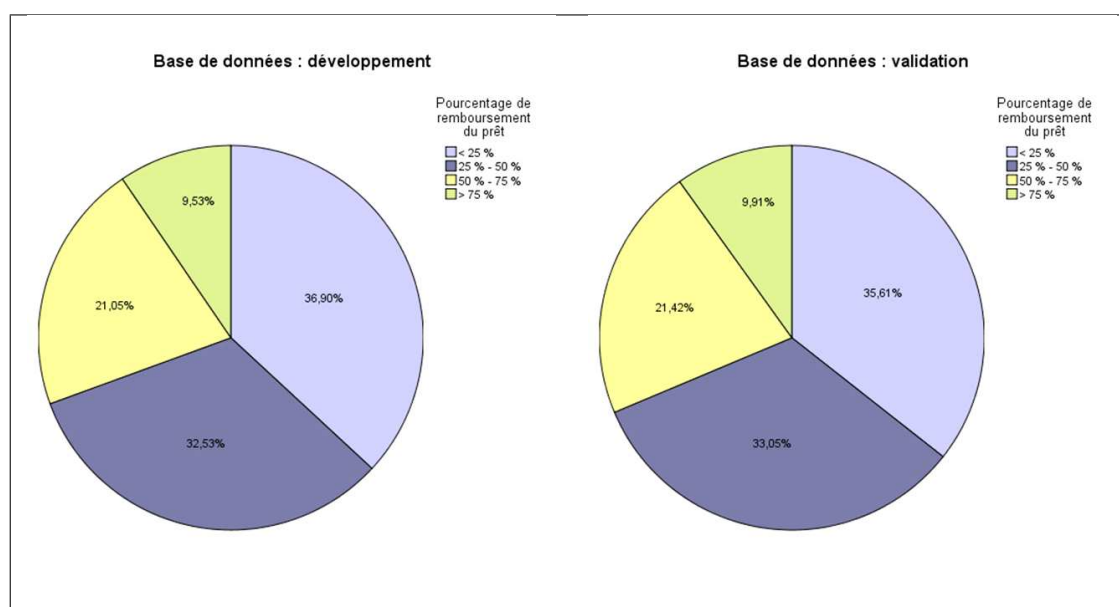


FIGURE 6 – Distribution des entreprises selon le pourcentage de remboursement de leur prêt

La figure représente la distribution des entreprises de notre échantillon selon les stades de remboursement de leurs prêts. Les graphiques de gauche et de droite exposent respectivement la distribution au sein de nos échantillons de développement et de validation. Les différences entre les deux échantillons selon ce critère semblent négligeables.

## 5.2 Comparaison des taux de défaut selon la cote de risque

Afin d'avoir une meilleure idée sur la capacité de la cote de risque de crédit à prédire le défaut, nous exposons la figure 7. Cette figure présente le taux de défaut pour chaque catégorie de risque. Nous pouvons aisément constater que le taux de défaut passe de près de 0 % pour les catégories 1, 2 et 3, à près de 20 % pour la catégorie 6.

La comparaison des deux graphiques indique une concentration légèrement plus importante des défauts au sein de la catégorie 6 pour notre échantillon de validation. Malgré le fait que cette différence soit minime, nous aimerions préciser que le faible nombre de défauts observé dans cette base de données (14 défauts) pourrait apporter une explication à ceci.

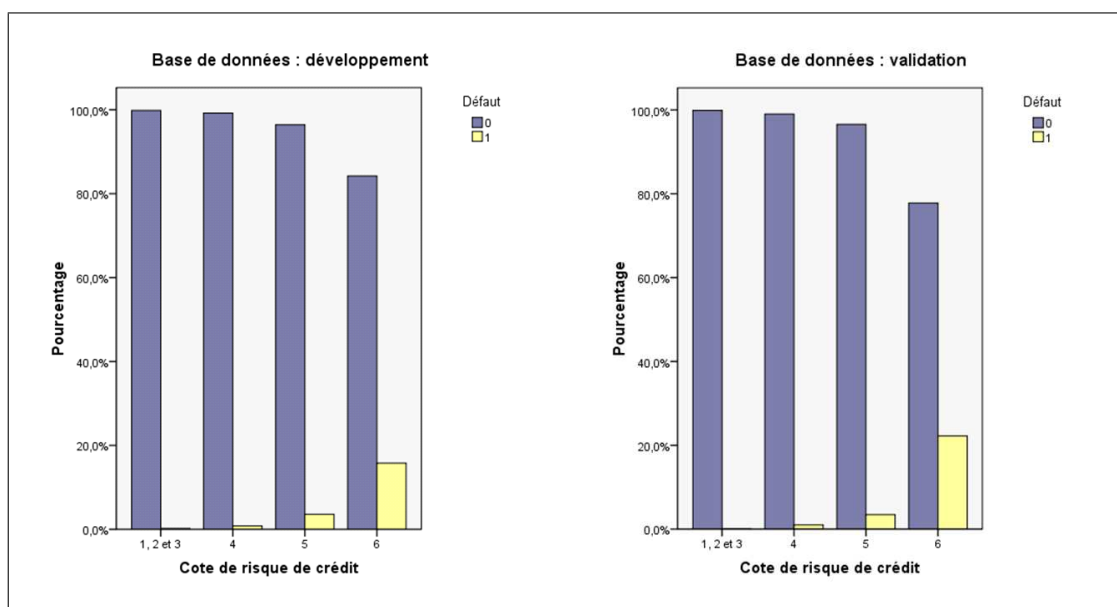


FIGURE 7 – Taux de défaut au sein de chaque catégorie de risque

Cette figure représente la distribution des taux de défaut et de non-défaut à l'intérieur de chaque catégorie de risque. Les cotes sont classées en ordre croissant du risque. La cote 1 désigne la catégorie la moins risquée et la cote 6 indique la catégorie la plus risquée. Pour des raisons statistiques, les catégories 1, 2 et 3 ont dû être jumelées. Les graphiques de gauche et de droite exposent respectivement cette distribution pour nos échantillons de développement et de validation. L'examen de ces deux graphiques révèle une concentration légèrement plus importante des défauts au sein de la catégorie 6 pour notre échantillon de validation.

### 5.3 Comparaison des taux de défaut selon le défaut antérieur

Afin de tenir compte du degré de délinquance des firmes en ce qui a trait à leurs paiements, nous avons considéré la variable "défaut antérieur" qui, rappelons-le, est une variable binaire qui indique si l'entreprise a eu un autre retard de paiement durant les 24 derniers mois.

D'après le tableau 5, nous pouvons noter que pour l'échantillon total considéré, 87 PME ont déjà eu un défaut antérieur. Par contre, 39 firmes sont à leur premier défaut depuis 24 mois. Des 87 PME ayant déjà eu un défaut antérieur, 24 ont refait défaut. Le taux de récurrence étant de l'ordre de 27,59 %, nous pouvons alors prévoir que cette variable influencera positivement le risque de défaut dans nos modèles.

Base de données	Défaut antérieur	Fréquence	Pourcentage	Nombre de défauts	Taux de défaut
Développement	0	6 944	98,89	29	0,42
	1	78	1,11	20	25,64
Validation	0	1 746	99,49	10	0,57
	1	9	0,51	4	44,44
Total	0	8 690	99,01	39	0,45
	1	87	0,99	24	27,59

TABLE 5 – Distribution des défauts selon l'état du défaut antérieur

Ce tableau présente la fréquence ainsi que le pourcentage des défauts antérieurs au sein de l'échantillon. Les colonnes 4 et 5 indiquent le nombre ainsi que le taux de défaut pour chacune des classes de la variable "défaut antérieur". Le "1" est utilisé pour indiquer une situation où il y aurait eu un défaut antérieur durant les 24 derniers mois et le "0" indique le cas contraire.

#### 5.4 Comparaison des groupes de défaut et de non-défaut

Dans cette section, nous procéderons à une comparaison entre les caractéristiques des prêts ayant fait défaut et des prêts ne l'ayant pas fait. Notre analyse donnera un avant-goût des résultats à obtenir de nos modèles.

Les tableaux 6 et 7 indiquent, pour toutes les variables candidates, les moyennes globales au sein de l'échantillon ainsi que les moyennes pour les groupes de défauts et des non-défauts. La base de données utilisée pour cette fin est la base de données globale, constituée des échantillons de développement et de validation. Il est important de mentionner que toutes les variables monétaires dont on dispose ont été divisées par 1 000 afin de faciliter la lecture des moyennes tout comme celle des coefficients de régression qui seront estimés plus tard.

Pour chaque variable, nous avons conduit un test de Levene afin de confirmer ou d'infirmier l'égalité des variances entre les deux groupes. Pour tester l'égalité des moyennes, nous avons conduit un test-t qui suppose ou non l'égalité des variances, et ce, selon les résultats obtenus du test de Levene. Ainsi, lorsque ce test était significatif, l'hypothèse selon laquelle

les variances des deux groupes étaient homogènes fut rejetée. Pour les variables ayant échoué à ce test, nous avons utilisé un test-t qui se base sur des procédures modifiées afin de ne pas supposer l'égalité des variances et de conduire ainsi un test d'égalité des moyennes valide.

Variable	Moyenne globale	Écart-type global	Moyenne des non-défauts	Écart-type des non-défauts	Moyenne des défauts	Écart-type des défauts	Test d'égalité des variances	Test T
Cote de risque de crédit	3,56	0,65	3,55	0,64	4,30	0,84	0,03	0,000
Défaut antérieur	0,01	0,10	0,01	0,09	0,38	0,49	0,00	0,000
Montant autorisé en marge de crédit	32,97	58,44	33,10	58,59	15,46	24,86	0,01	0,000
Montant autorisé en prêt	100,15	114,21	99,83	113,91	144,21	144,46	0,01	0,018
Montant de l'amortissement	22,66	39,93	22,67	39,93	21,26	40,40	0,76	0,780
Montant des bénéfices avant intérêts et impôts	41,07	78,24	41,37	78,06	-1,18	90,75	0,78	0,000
Montant des bénéfices nets	24,23	64,84	24,54	64,53	-17,99	90,11	0,44	0,000
Montant des comptes à recevoir	50,30	142,73	50,50	143,17	23,05	46,71	0,10	0,000
Montant des dividendes	12,60	44,95	12,64	45,10	6,43	11,64	0,10	0,000
Montant des revenus de vente	667,32	1192,17	669,12	1194,69	417,58	731,26	0,23	0,095
Pourcentage de remboursement du prêt	37,83	24,75	37,87	24,76	31,24	22,04	0,14	0,034
Ratio (actif à C.T. - stocks) / passif à C.T.	0,99	2,74	1,00	2,75	0,43	0,70	0,18	0,101
Ratio actif à court terme / passif à court terme	1,54	3,35	1,55	3,36	0,89	1,05	0,38	0,121
Ratio actif à court terme / ventes	0,25	0,66	0,25	0,66	0,33	0,73	0,07	0,401
Ratio BAIH / actif total	0,18	0,34	0,18	0,34	0,04	0,23	0,79	0,002
Ratio BAIH / ventes	0,08	0,26	0,08	0,25	-0,07	0,62	0,00	0,056
Ratio bénéfices nets / ventes	0,03	0,30	0,04	0,30	-0,15	0,58	0,00	0,015
Ratio bénéfices nets / actif total	0,11	0,32	0,11	0,32	-0,05	0,24	0,88	0,000
Ratio capitaux propres / actif total	0,22	0,52	0,22	0,52	-0,08	0,58	0,07	0,000
Ratio cash / actif total	0,07	0,10	0,07	0,10	0,02	0,07	0,00	0,000
Ratio cash / passif à C.T.	0,37	1,04	0,37	1,05	0,08	0,22	0,01	0,000
Ratio cash / ventes	0,04	0,08	0,04	0,08	0,03	0,10	0,39	0,095
Ratio dette / (actif total - dette)	0,44	33,98	0,44	34,10	-0,66	8,50	0,82	0,797

TABLE 6 – Comparaison des moyennes des défauts et des non-défauts

Variable	Moyenne globale	Écart-type global	Moyenne des non-défauts	Écart-type des non-défauts	Moyenne des défauts	Écart-type des défauts	Test d'égalité des variances	Test T
Ratio dette / actif à court terme	8,26	102,61	8,23	102,95	12,71	28,93	0,81	0,730
Ratio dette / actif total	0,36	0,43	0,36	0,43	0,52	0,39	0,32	0,003
Ratio dette / passif total	0,51	1,16	0,51	1,16	0,50	0,25	0,51	0,957
Ratio dividendes / actif total	0,08	0,27	0,08	0,27	0,05	0,12	0,17	0,388
Ratio fonds de roulement / actif total	0,00	0,36	0,00	0,36	-0,17	0,37	0,18	0,000
Ratio fonds de roulement / passif à C.T.	0,54	3,35	0,55	3,36	-0,11	1,05	0,38	0,121
Ratio fonds de roulement / ventes	0,01	0,60	0,01	0,60	-0,11	0,37	0,23	0,118
Ratio passif à C.T. / actif total	0,39	0,33	0,39	0,33	0,45	0,41	0,01	0,198
Ratio passif à L.T. / actif total	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,14	0,000
Ratio passif total / actif total	0,78	0,52	0,78	0,52	1,08	0,58	0,07	0,000
Ratio stocks / actif total	0,15	0,20	0,15	0,20	0,12	0,19	0,15	0,208
Ratio stocks / ventes	0,09	0,21	0,09	0,20	0,21	0,71	0,00	0,176
Ratio ventes / actif total	2,59	3,56	2,60	3,57	1,83	2,21	0,55	0,087
Solde de la marge de crédit	12,20	31,29	12,20	31,34	12,41	23,40	0,75	0,958
Solde du prêt	63,48	76,45	63,22	76,23	99,92	97,01	0,00	0,004
Solde moyen du compte épargne	18,61	43,80	18,72	43,94	2,24	4,05	0,00	0,000
Valeur de l'actif à court terme	132,55	251,21	133,04	251,94	64,69	86,61	0,03	0,000
Valeur de l'actif à long terme	191,01	280,19	190,89	280,45	207,86	242,19	0,90	0,632
Valeur de l'actif total	323,56	449,10	323,93	450,03	272,55	289,67	0,23	0,366
Valeur des stocks	50,71	134,02	50,86	134,40	29,64	58,54	0,10	0,211
Valeur du passif à court terme	110,73	206,84	110,76	206,93	107,42	195,22	0,91	0,899
Valeur du passif à long terme	104,31	160,91	103,98	161,08	149,24	128,81	0,30	0,026
Valeur du passif total	215,04	313,46	214,74	313,74	256,66	270,05	0,67	0,290

TABLE 7 – Comparaison des moyennes des défauts et des non-défauts (suite)

À partir des tableaux 6 et 7, nous pouvons relever des différences significatives entre les groupes de défauts et de non-défauts. Nous remarquons tout d'abord que le groupe de non-défauts a en moyenne un montant autorisé en marge de crédit significativement supérieur à celui du groupe de défauts. Cette relation s'inverse lorsqu'il s'agit du montant autorisé en prêt. Toutefois, en ce qui concerne les soldes de prêt et de marge de crédit, nous constatons que le groupe de défauts a des soldes moyens supérieurs à la fois en prêt et en marge de crédit. Nous remarquons aussi que les firmes ayant fait défaut étaient rendues en moyenne à des stades moins avancés en remboursement du prêt que les firmes n'ayant pas fait défaut. Ceci rejoint nos attentes dans la mesure où plus une entreprise est endettée plus on s'attend à ce qu'elle ait un plus grand risque de faire défaut. La comparaison des moyennes de certains ratios d'endettement comme le ratio "dette / actif total" ou "passif total / actif total" soutient cette hypothèse.

Cependant, pour ce qui est des ratios portant sur les liquidités des entreprises, nous remarquons que seules les différences au niveau des ratios "fonds de roulement / actif total" et de ceux portant sur le cash sont significatives.

En ce qui a trait à la rentabilité, les firmes n'ayant pas fait défaut sont en moyenne plus rentables que celles ayant fait défaut. En effet, elles enregistrent en moyenne des bénéfices, tandis que les firmes ayant fait défaut enregistrent en moyenne des pertes. Cette conclusion s'applique à la fois aux bénéfices avant intérêts et impôts qu'aux bénéfices nets. Les ratios de rentabilité tels que le ratio "BAII / actif total" ou "BAII / ventes" ne font que confirmer ce résultat.

Finalement, le niveau de stockage n'est pas significativement différent selon que les entreprises aient fait défaut ou non. En ce qui concerne les ratios portant sur l'activité des entreprises, seule la différence au niveau du ratio "ventes / actif total" semble être significative.

## 6 Méthodologie de recherche

Notre travail vise plusieurs objectifs et fait appel à une méthodologie de recherche qui s'articule autour de plusieurs étapes. Dans cette section, nous présenterons les étapes suivies lors de cette étude ainsi que les différents tests que nous avons effectués pour tester la validité de nos résultats. Mais avant d'aller plus loin, nous désirons préciser à nos lecteurs que nous n'avons pas effectué de traitement pour les cas refusés car nous ne détenions pas les données pour le faire. Rappelons à cet effet que la littérature rapporte que la prise en compte des dossiers refusés apporte un gain minime, même nul dans certains cas, et que les techniques pour le faire ne semblent pas nécessairement valides d'un point de vue méthodologique.

### 6.1 Modélisation de la probabilité de défaut

Rappelons que les principaux objectifs de notre travail consistent à déterminer un indicateur de capacité de remboursement, étudier ses déterminants, et mesurer l'amélioration qu'il pourrait apporter à la précision d'un modèle de pointage de crédit.

La capacité de remboursement d'une entreprise n'est malheureusement pas observable de manière directe. Pour l'étudier, il faut d'abord trouver le moyen pour la déterminer. Pour ce faire, nous allons tout d'abord commencer par élaborer un modèle de pointage de crédit.

#### 6.1.1 Choix du type de régression

Comme nous l'avons mentionné plus tôt dans ce travail, les formes fonctionnelles des modèles de prédiction de défaut sont très variées (arbres de classification, analyse discriminante, logit, probit, réseaux de neurones, etc.). Pour notre travail, il nous a fallu un

modèle qui renvoie une mesure probabiliste de l'état de défaut. Les spécifications capables de satisfaire au mieux ce besoin sont le logit et le probit.

La littérature ne semble pas produire d'évidence unanime à propos de la capacité d'une ou d'autres formes fonctionnelles à surperformer les modèles logit et probit. Par conséquent, nous n'estimons pas que le choix du type probit ou logit sera fait au dépend de la précision des résultats.

Rappelons que la principale différence entre le modèle probit et le modèle logit réside dans la loi de distribution des probabilités calculées. Le modèle logit suppose que les probabilités conditionnelles suivent une distribution logistique tandis que le modèle probit suppose que celles-ci suivent une distribution cumulative normale. Les queues de distribution du modèle logit sont ainsi plus épaisses. Malgré cette différence, les deux modèles produisent généralement des estimations semblables. Cependant, compte tenu de la plus grande facilité d'interprétation des paramètres en terme de rapports de cotes ainsi que les calculs moins complexes requis par le modèle logit, nous avons choisi ce dernier comme forme fonctionnelle pour notre première régression.

Rappelons que le modèle logit se présente sous la forme suivante :

$$\ln \left( \frac{P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip})}{1 - P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip})} \right) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (9)$$

ou de manière équivalente :

$$P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip}) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_p x_{ip})} \quad (10)$$

où  $Y$  est la variable indiquant l'appartenance de la firme  $i$  au groupe de défaut tel que :

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si l'entreprise a fait défaut} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et  $P(Y_i = 1 | x_{i1}, \dots, x_{ip})$  désigne la probabilité que la firme  $i$  fasse partie du groupe de défauts étant donné ses caractéristiques  $x_1, x_2, \dots, x_p$ . Les valeurs  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  représentent quant à elles les effets estimés par la méthode du maximum de vraisemblance.

### 6.1.2 Sélection de variables

Pour effectuer notre recherche, nous avons disposé d'une assez large sélection de variables. À partir de cette sélection, nous avons créé des ratios ainsi que des termes d'interaction afin de l'élargir encore. Notre but était de trouver un modèle qui répondrait aux critères suivants :

1. La parcimonie : un modèle qui contiendrait un nombre restreint de variables explicatives. Nous nous sommes fixé comme plafond 12 variables.
2. La performance : les variables sélectionnées devaient avoir un fort pouvoir prédictif combiné et satisfaire les tests statistiques à ce niveau.
3. La significativité : les différentes variables prises individuellement ainsi que le modèle comme un ensemble devaient être statistiquement significatifs.
4. L'interprétabilité : les variables sélectionnées devaient présenter différents facteurs de risque, peu de corrélation entre elles et avoir des signes permettant une interprétation économique valide.

Avec au-delà de 50 variables candidates, le nombre de modèles possibles excédait le billiard ( $10^{15}$ ). Afin de répondre à nos critères de sélection de la meilleure manière possible, nous avons fait appel à notre jugement ainsi qu'à certains processus de sélection automatisés.

Dans un premier temps, nous avons éliminé les variables ayant peu de pouvoir explicatif. Pour ce faire, nous avons utilisé la technique de *stepwise* présentée plus tôt dans ce travail. Nous avons choisi comme critère d'entrée 0,2 et comme critère de sortie 0,5.

Une fois que nous avons pu sélectionner un ensemble assez large de variables ayant toutes un assez bon pouvoir explicatif, nous avons éliminé celles qui présentaient des problèmes de colinéarité avec d'autres variables.

Dans un dernier temps, nous avons utilisé une deuxième technique de sélection automatisée basée cette fois-ci sur la statistique Score. Mentionnons simplement que cette statistique représente la première dérivée partielle du logarithme de la fonction de vraisemblance par rapport à un ensemble de paramètres  $\beta$  estimés lors de la régression. Pour les  $n$  variables candidates à cette étape, nous avons créé  $n$  modèles comportant chacun un nombre  $k$  de variables ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ). Notre processus de sélection automatisé fait en sorte que le modèle avec  $k = 1$  comporte la variable qui offre la statistique Score la plus élevée, le modèle avec  $k = 2$ , comporte l'ensemble composé de deux variables qui offre la statistique Score la plus élevée et ainsi de suite jusqu'au modèle complet avec  $k = n$  et qui comprend donc toutes les variables étudiées à cette étape. L'objectif ici était de sélectionner les ensembles de variables qui offraient les meilleures performances. Ainsi, pour le modèle ayant par exemple  $k = 4$ , nous pouvions être certain que sur la base des variables disponibles à cette étape, il n'existait pas de modèle, comportant 4 variables ou moins, qui offrait une meilleure statistique Score.

Comme la précision du modèle augmente avec le nombre de paramètres qu'il comporte, nous avons utilisé la statistique AIC (*Akaike Information Criterion*) afin de pénaliser l'ajout de variables et de pouvoir ainsi répondre à notre critère de parcimonie. Cette statistique est définie comme suit :

$$AIC = -2 \times \text{Log de vraisemblance} + 2 \times k \quad (11)$$

où  $k$  est le nombre de paramètres dans le modèle.

Ainsi, le AIC des différents modèles devrait continuer à baisser avec l'ajout de variables jusqu'à un certain point au-delà duquel l'amélioration apportée au modèle par les variables ajoutées ne serait pas assez grande pour contrer la pénalité associée à leur ajout. Le modèle qui sera choisi sera celui présentant le AIC minimum.

Nous justifions le choix du AIC par rapport aux autres alternatives telles que le BIC ou le test du rapport des fonctions de vraisemblance (*likelihood ratio test*), par le fait que le AIC pénalise moins pour l'ajout de variables que le BIC. Comme nous accordons relativement plus d'importance au critère de performance qu'au critère de parcimonie, le AIC nous semblait alors plus adéquat. Ensuite, les modèles issus du processus de sélection automatique n'étaient pas nécessairement emboîtés pour pouvoir utiliser le test du rapport des fonctions de vraisemblance.<sup>9</sup>

Mentionnons finalement que nous nous attendions à ce que la variable "solde du prêt" soit contenue dans le modèle sélectionné et que son effet soit significatif. Cette variable sera notre variable d'intérêt dans la deuxième partie de notre étude.

### 6.1.3 Tests statistiques

#### 1. Test de linéarité

Afin de nous assurer de la linéarité des effets des variables de notre modèle, nous avons conduit une régression quantile (*quantile regression*). Contrairement à la méthode de ré-

---

9. On entend par modèles emboîtés un modèle "réduit" et un modèle "complet" qui est obtenu à partir du modèle "réduit" uniquement par l'ajout d'un ou de plusieurs paramètres.

gression par moindres carrés ordinaires qui résulte en une estimation de la moyenne conditionnelle de la variable d'intérêt étant donné les valeurs des variables explicatives, la régression quantile estime quant à elle les quantiles conditionnels de la variable d'intérêt étant donné ces valeurs.

Nous avons conduit ce test selon 3 étapes :

- Nous avons dans un premier temps calculé les probabilités estimées à partir de notre modèle choisi précédemment.
- Nous avons ensuite procédé à la régression quantile.
- Finalement, nous avons illustré, à l'aide de graphiques, la variation de l'effet de chaque variable en fonction des quantiles choisis.

Pour les variables ayant échoué au test visuel, nous avons procédé à un deuxième test de linéarité, à savoir le test Box-Tidwell (Box-Tidwell, 1962). Ce test consiste à :

- créer un terme d'interaction entre la variable et son logarithme naturel,
- inclure le terme d'interaction dans le modèle de base,
- observer la significativité statistique de ce terme d'interaction. Si le terme d'interaction est significatif, cela révélera que l'effet de la variable est non-linéaire, et finalement
- identifier la transformation qui prendra en compte le caractère non-linéaire de l'effet de la variable.

## 2. Test de multicollinéarité

La présence de multicollinéarité dans un modèle de régression peut être la cause d'une surestimation de l'effet de certaines variables ou d'une modification du signe associé à leurs effets. Afin de vérifier la présence de multicollinéarité, nous avons tout d'abord examiné la matrice des corrélations entre les variables du modèle. Ensuite, nous avons procédé à l'examen des statistiques de tolérance (*tolerance statistics*). La statistique de tolérance est définie comme étant la variance de chaque variable indépendante qui ne peut être

expliquée par les autres variables indépendantes. Ainsi, pour chaque variable indépendante  $x_i$ , la statistique de tolérance est égale à  $1 - R_{x_i}^2$ , où  $R_{x_i}^2$  représente le  $R^2$  d'une régression linéaire utilisant  $x_i$  comme variable dépendante et les autres variables du modèle comme variables explicatives.

Une valeur proche de 0 signifierait que la variable en question peut être expliquée par une autre variable ou par une combinaison d'autres variables. Nous avons choisi comme seuil la valeur de 0,1 qui est une valeur très populaire pour ce test.

### 3. Diagnostic d'influence

La présence d'observations extrêmes dans l'échantillon peut avoir un effet non négligeable sur l'estimation des paramètres. Malgré que nous ayons enlevé certaines observations présentant des valeurs extrêmes à l'étape de nettoyage, nous demeurons très vigilants, car rappelons-le, vu de la petite taille de notre échantillon, nous nous sommes montrés peu restrictifs aux étapes de nettoyage de la base de données. Nous n'avions supprimé que les observations présentant des valeurs "très" extrêmes.

Les Dfbêtas sont des valeurs calculées pour chaque observation et pour chaque variable du modèle. Pour une observation  $i$  et pour une variable  $x$  données, un Dfbêta est égal à la différence entre le coefficient de régression de la variable  $x$  estimé pour l'ensemble de l'échantillon et le coefficient de régression estimé pour l'ensemble de l'échantillon sans l'observation  $i$ , standardisée par l'estimation de l'erreur standard calculée pour l'échantillon excluant l'observation  $i$ . Les Dfbêtas mesurent ainsi l'influence de chaque observation sur l'estimation du  $\beta$  de chaque variable. Un Dfbêta négatif signifierait que l'effet de la variable serait plus grand si on enlevait cette observation et vice-versa.

Les observations présentant des résidus Dfbêtas largement différents de ceux de l'ensemble

de l'échantillon ont été identifiées et supprimées.

#### 4. Test de significativité

La significativité des coefficients a été testée grâce au test de Wald. Ce test compare la valeur du maximum de vraisemblance d'un coefficient à la valeur de son écart-type. Le ratio qui en résulte suivrait une loi de distribution normale standard sous l'hypothèse selon laquelle le coefficient estimé est nul. Nous avons choisi le niveau 90 % comme seuil idéal de significativité.

#### 5. Test de performance

Afin de tester la performance prédictive du modèle, nous nous sommes basés sur le test de Hosmer-Lemeshow (H-L). Ce test consiste à :

- Classer les observations selon les probabilités estimées de la plus petite à la plus grande.
- Grouper les observations en dix groupes de tailles approximativement égales ( $n_1, \dots, n_{10}$ ) selon les déciles des probabilités estimées. Ainsi, le premier groupe serait constitué du premier dixième des observations ordonnées selon les probabilités estimées, le deuxième groupe serait constitué du deuxième dixième des observations suivantes et ainsi de suite.
- Pour chaque groupe, on procède à la sommation des probabilités estimées ( $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{10}$ ) et des valeurs  $Y$  ( $o_1, \dots, o_{10}$ ).
- La statistique du test est alors la suivante :  $HL = \sum_{i=1}^{10} \frac{n_i(o_i - \hat{p}_i)^2}{\hat{p}_i(n_i - \hat{p}_i)}$ .
- Cette statistique suit approximativement une loi khi-deux avec 8 degrés de liberté sous l'hypothèse selon laquelle le modèle ajuste bien les données. L'objectif est donc de ne pas rejeter cette hypothèse.

## 6.2 Construction de l'indice de capacité de remboursement marginale (CRM)

Comme la capacité de remboursement marginale (CRM) est non-observable, nous avons choisi de la déterminer à travers deux méthodologies distinctes. Une analyse et une évaluation de l'indice issu de chaque méthodologie ont été effectuées, ainsi qu'une comparaison de la performance de chaque indice dans la prévision du défaut. Ces étapes nous ont permis de choisir l'indice qui présentait la meilleure performance.

### 6.2.1 Première méthodologie

#### 1. Détermination du point de coupure optimal

Maintenant que notre modèle de régression logistique fut choisi, nous avons pu calculer la probabilité de défaut associée à chaque entreprise de notre échantillon. Le point de départ de cette première méthodologie est de trouver un point de coupure optimal pour ces probabilités estimées. Ce point de coupure déterminera la probabilité au-delà de laquelle il ne serait pas optimal pour la banque d'accorder le prêt sollicité par l'entreprise. Ce point de coupure devra évidemment prendre en considération les coûts de mauvaise classification.

Les coûts de mauvaise classification n'ont pas pu être déterminés pour notre échantillon, car les données dont on disposait ne permettaient pas de le faire. En effet, nous n'avons pas pu avoir accès aux taux d'intérêt qui étaient chargés aux PME et conséquemment nous n'avons pas pu calculer les coûts des erreurs de classification de type II.<sup>10</sup> Nous n'avons également pas eu accès au montant du capital et des intérêts que les PME devaient à la

---

10. Une erreur de classification de type II a lieu lorsque la banque refuse de prêter à une PME qui aurait pu rembourser son prêt sans faire défaut. Le coût supporté par la banque dans ce cas est un coût de renonciation égal au montant des intérêts que la PME aurait pu payer.

banque au moment du défaut. Dès lors, nous n'avons pas pu calculer le LGD (*loss given default*) et il nous était impossible de déterminer les coûts de mauvaise classification de type I.<sup>11</sup>

Cependant, les coûts des erreurs de type I ont été empiriquement déterminés dans la littérature. Altman (1993) ainsi que Paradi *et al.* (2004) ont affirmé que ces coûts se situaient entre 60 et 70 % de la somme du capital et des intérêts devant être remboursée par l'entreprise. Quant aux coûts de mauvaise classification de type II, ils peuvent être déterminés à partir du *spread* de crédit entre le taux d'intérêt du prêt et le taux d'intérêt d'une obligation gouvernementale de même échéance. Ce coût d'opportunité se situe généralement entre 3 et 5 % lorsqu'il s'agit de PME (Paradi *et al.*, 2004). Ainsi, nous supposons un ratio entre les coûts des deux types d'erreurs de l'ordre de 20. Mentionnons que ce ratio a aussi été supposé dans d'autres études empiriques telles que celle menée par Belloti et Crook (2007).

Afin de déterminer notre point de coupure, nous avons dû utiliser notre base de données "développement" à la fois pour le déterminer et pour le valider. Nous avons alors effectué une validation croisée et avons fait appel plus spécifiquement à la technique de *k-fold cross-validation*. Cette approche nous a permis de nous assurer que le point de coupure calculé ne présentait pas de surajustement aux données de l'échantillon utilisé et qu'il pouvait être généralisé à d'autres échantillons indépendants. Rappelons à ce niveau que nous avons préféré garder notre base de données "validation" pour d'autres fins.

La technique de *k-fold cross-validation* a consisté à créer pour l'ensemble des 7 022 observations de la base de données "développement", 10 groupes (partitions) choisis aléatoirement de tailles à peu près égales. À chaque étape, le modèle de régression logistique choisi à

---

11. Une mauvaise classification de type I a lieu quand la banque accepte de prêter à une entreprise qui fait défaut. Dans ce cas-ci, les coûts supportés par la banque totalisent la somme des intérêts et du capital n'ayant pas encore été perçus à la date du défaut.

la section précédente a été estimé à partir de 9 partitions et a été validé sur la partition restante. À chaque étape, les coûts associés aux erreurs de mauvaise classification ont été calculés. Nous avons considéré un coût égal à 20 pour les erreurs de type I et un coût égal à 1 pour les erreurs de type II. Ces coûts ont été déterminés pour chaque point de coupure choisi (ex. : 0,01 ; 0,015 ; 0,02 ; 0,025 ; etc.). Finalement, pour chaque point de coupure, un coût moyen de mauvaise classification a été calculé. Le point de coupure qui minimisera les coûts de mauvaise classification sera donc notre point de coupure optimal.

## 2. Détermination du premier indice de CRM

À cette étape, rappelons que nous détenions la probabilité de défaut de chaque firme selon notre modèle ainsi que le point de coupure optimal, c'est-à-dire la probabilité de défaut au-delà de laquelle la banque devrait refuser tout nouveau prêt pour une firme. Rappelons aussi que nous nous attendions à ce que la variable "solde du prêt" figure dans notre modèle de régression, et qu'elle ait un signe positif et significatif.

Les probabilités de défaut selon notre modèle se présenteraient alors comme suit :

$$P(Y_i = 1 \mid X_{i1}, \text{solde du prêt}_i, \dots, X_{ip}) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 \times \text{solde du prêt}_i - \dots - \beta_p x_{ip})} \quad (12)$$

Maintenant, il est question de trouver le solde du prêt qui va faire en sorte que la probabilité de défaut de la firme atteindra le seuil critique de rejet. Pour ce faire, pour chaque firme, nous sommes partis d'un solde nul et l'avons augmenté par tranches de 1 000 \$ jusqu'à ce que la probabilité de défaut de la firme atteigne le seuil optimal de rejet. Le solde du prêt résultant sera défini comme étant la limite du solde notée  $L^*$ . Dans notre démarche,

nous avons aussi tenu compte de la variation de la valeur de certaines variables du modèle entraînée par un changement au niveau de la variable “solde du prêt”.

Notre premier indice de CRM sera alors défini comme suit :

$$CRM_{i1} = \begin{cases} L_i^* - \text{solde actuel du prêt}_i & \text{si } L_i^* > \text{solde actuel du prêt}_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (13)$$

## 6.2.2 Deuxième méthodologie

### 1. Détermination de l'espérance de profit de la banque sur les prêts

Le point de départ de la deuxième méthodologie consiste à identifier l'espérance de profit de la banque sur chaque prêt. Dionne *et al.* (1996) ont identifié l'espérance de profit de la banque pour un client donné ayant une probabilité de défaut  $p$  comme étant :

$$E(\text{profit}) = D(r - \mu) - pE_1(c_1) - (1 - p)E_0(c_0) - pD(1 + r)\pi \quad (14)$$

où  $D$  est le montant du prêt,  $r$  est le taux d'intérêt,  $\mu$  est le taux de placement alternatif,  $c_0$  est le coût administratif relié au non-paiement par un client ayant fait défaut,  $c_1$  est le coût administratif relié à un non-paiement par un client n'ayant pas fait défaut (car un client n'est considéré en défaut qu'au bout du troisième non-paiement) et  $\pi$  est la proportion du prêt qui ne sera pas recouverte par la banque en cas de défaut.

Dans notre base de données, nous ne détenons pas d'information à propos des coûts  $c_0$  et  $c_1$ . Nous supposerons que ces coûts sont nuls. Comme mentionné précédemment, nous ne détenons pas d'information non plus à propos des taux  $r$ ,  $\mu$  et  $\pi$ . Nous ferons ainsi

certaines hypothèses qui sont fidèles à ce qui est rencontré dans la littérature, à savoir :  $r = 0,08$ ;  $\mu = 0,02$  et  $\pi = 0,6$ .<sup>12</sup>

Nous sommes conscients que le fait d'avoir un taux  $r$  identique pour toutes les firmes quel que soit leur risque de défaut est dénué de sens. Mais devant l'incapacité d'avoir accès à de telles informations, cela était la seule solution qui nous était offerte. Cependant, précisons tout d'abord qu'à partir de certaines simulations arbitraires, nous estimons que la variabilité des taux aurait eu un effet relativement minime sur nos résultats. Ensuite, il ne faut pas oublier que les résultats obtenus à partir de cette méthodologie seront comparés à ceux obtenus par la méthodologie précédente qui n'a pas fait objet de telles hypothèses. Si les résultats de cette méthodologie surperforment ceux de la première, alors cela voudra dire que malgré ces hypothèses, nous serons arrivés à des résultats convaincants et que ces dernières ont eu un effet minime sur nos résultats.

## 2. Détermination du deuxième indice de CRM

Une fois que nous avons défini l'équation d'espérance de profit de la banque sur chacun des prêts, il nous a fallu trouver le solde du prêt qui la maximisait. Cela revenait alors à trouver :

$$D_i^* \in \arg \max_D (r - \mu)D_i - p_i D_i(1 + r)\pi \quad s.c. D \geq 0 \quad (15)$$

où  $D_i^*$  est le solde optimal du prêt,  $D_i$  est le solde du prêt et  $p_i$  représente la probabilité

---

12. Programme de recherche sur le financement des PME, *Le financement des petites et moyennes entreprises innovatrices au Canada*, Mars 2009.

de défaut telle que :

$$P(Y_i = 1 | x_{i1}, D_i, \dots, x_{ip}) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 D_i - \dots - \beta_p x_{ip})} \quad (16)$$

Dans cette maximisation, nous avons aussi tenu compte de la variation de la valeur de certaines variables du modèle entraînée par un changement au niveau de la variable  $D$ .

Notre deuxième indice de CRM a été défini comme suit :

$$CRM_{i,2} = \begin{cases} D_i^* - \text{solde actuel du prêt}_i & \text{si } D_i^* > \text{solde actuel du prêt}_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (17)$$

### 6.2.3 Comparaisons et choix de l'indice

Nous avons jusqu'ici présenté deux méthodologies différentes menant à deux indices distincts de CRM. Afin de choisir notre indice final, il a fallu les analyser et les comparer. Nous avons procédé à l'analyse des deux indices à travers des statistiques descriptives et une analyse de corrélation.

Dans le but de tester leur capacité à prédire le défaut, nous avons construit deux modèles de régression logistique :

$$\ln \left( \frac{P(Y_i = 1 | CRM_{i,1})}{1 - P(Y_i = 1 | CRM_{i,1})} \right) = \beta_0 + \beta_1 CRM_{i,1} \quad (18)$$

$$\ln \left( \frac{P(Y_i = 1 | CRM_{i,2})}{1 - P(Y_i = 1 | CRM_{i,2})} \right) = \beta_0 + \beta_1 CRM_{i,2} \quad (19)$$

Les pouvoirs discriminants des deux indices ont été comparés grâce aux courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur (ROC). Elles consistent en une représentation graphique de la sensibilité du modèle par rapport à son taux de fausses alarmes.

La sensibilité est définie comme étant la proportion de défauts ayant été correctement identifiés pour un point de coupure donné. Elle est calculée comme suit :

$$\text{Sensibilité} = \frac{\text{nombre de vrais positifs}}{\text{nombre de vrais positifs} + \text{nombre de faux négatifs}} \quad (20)$$

Le taux de fausses alarmes représente quant à lui la proportion de non-défauts ayant été incorrectement classifiés pour un point de coupure donné. Ce taux est défini de manière plus populaire comme étant égal à :  $1 - \text{spécificité}$ , où :

$$\text{Spécificité} = \frac{\text{nombre de vrais négatifs}}{\text{nombre de vrais négatifs} + \text{nombre de faux positifs}} \quad (21)$$

Afin de choisir l'indice qui a le plus grand pouvoir discriminant, nous nous sommes fiés au test de comparaison des surfaces sous les courbes (*Area Under Curves*) et avons choisi celui qui présentait la surface la plus grande.

## 6.3 Identification des déterminants de la CRM

### 6.3.1 Construction du modèle

À cette étape, nous avons procédé à l'analyse de l'indice de CRM identifié précédemment (celui qui avait le plus grand pouvoir discriminant des deux). Nous avons étudié les déterminants de cet indice grâce aux variables dont nous disposions et à un modèle de régression linéaire par moindres carrés ordinaires (MCO). Ce modèle se présente comme suit :

$$E(CRM_i | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (22)$$

Les objectifs ayant été poursuivis afin de construire ce modèle ont été les mêmes que pour le modèle de régression logistique. Nous sommes passés également par les mêmes étapes, sauf qu'au lieu d'utiliser le AIC, nous avons utilisé le  $R^2$  ajusté. Contrairement au  $R^2$  ordinaire, ce dernier pénalise pour l'ajout de variable et est donc similaire au AIC.

### 6.3.2 Tests statistiques

Notre modèle a fait l'objet de tests de linéarité et de multicolinéarité comme ceux utilisés lors de notre régression logistique. En outre, nous avons aussi testé pour la présence d'hétéroscédasticité. L'objectif ici était de vérifier l'hypothèse d'homogénéité de la dispersion des résidus.

Pour vérifier cette hypothèse, nous nous sommes basés sur le test de White (1980). Nous estimons que ce test est plus performant que le test de Breusch-Pagan (1979) qui est relativement plus populaire. En effet, tandis que le test de Breusch-Pagan vérifie si le carré des résidus peut être expliqué par les variables du modèle, le test de White utilise comme variables explicatives les variables du modèle, leur carré ainsi que les termes d'interaction entre ces dernières. Par exemple, pour un modèle où  $x_1, x_2, x_3$  sont les variables explicatives, le test de White consiste à vérifier si :

$$E[(\epsilon)^2] = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_5 x_2^2 + \alpha_6 x_3^2 + \alpha_7 x_1 x_2 + \alpha_8 x_2 x_3 + \alpha_9 x_1 x_3.$$

Le test utilisé est alors un test de Khi-deux qui vérifie l'hypothèse selon laquelle les coefficients  $\alpha_1, \dots, \alpha_9$  de cette équation sont tous nuls.

Nous avons corrigé nos estimations pour tenir compte de l'hétéroscédasticité qui existe dans notre modèle de régression à travers la procédure Feasible Generalized Least Square (FGLS). Cette procédure consiste à :

- estimer le modèle de régression par MCO et dégager les résidus  $\hat{\epsilon}$ ,
- créer  $\log(\hat{\epsilon}^2)$ , soit le logarithme naturel des résidus au carré,
- estimer un modèle de régression ayant comme variable dépendante  $\log(\hat{\epsilon}^2)$  et comme variables indépendantes celles du premier modèle et garder les valeurs prédites  $\hat{p}$ ,
- créer  $\hat{h} = \exp(\hat{p})$ , soit l'exponentiel des valeurs prédites, et
- estimer le premier modèle de régression par WLS (*Weighted Least Squares*), en prenant comme variable de poids  $1/\hat{h}$ .

#### 6.4 Mesure de la capacité discriminante de l'indice de CRM

À cette étape de notre travail, nous avons cherché à mesurer la précision de l'indice de CRM dans la prédiction du défaut. Pour y parvenir, nous avons utilisé notre échantillon de validation. Ceci permettra à nos conclusions d'avoir un caractère général plutôt que spécifique à l'échantillon utilisé. À l'aide des coefficients  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  calculés pour l'équation 22, nous avons pu répliquer l'indice et le créer ainsi pour l'échantillon de validation.

Par la suite, nous avons effectué une régression logistique ayant pour variable dépendante le défaut et pour seule variable explicative l'indice de CRM. Nous avons dès lors tracé sa courbe ROC et mesuré la surface sous la courbe. Ceci nous a permis de comparer sa capacité discriminative à celle d'un modèle dit "naïf".

Ensuite, nous avons réestimé le modèle de pointage identifié précédemment pour notre échantillon de validation et calculé les probabilités de défaut pour notre échantillon de validation. Nous avons utilisé le point de coupure optimal trouvé à la section 6.2.1 afin de

classer les PME en deux groupes : celles allant faire défaut et celles n'allant pas le faire. Par la suite, nous avons identifié les types d'erreurs de mauvaise classification en comparant l'état de défaut prédit à celui qui a été effectivement observé. Les coûts de mauvaises classifications ont par la suite été déterminés sur la base des hypothèses relatives à la section 6.2.1. Ainsi, une erreur de classification de type I recevait un coût de 20, une erreur de classification de type II recevait un coût de 1 et une bonne classification recevait un coût de 0.

Afin de mesurer l'amélioration apportée par notre indice de CRM, celui-ci a été introduit dans le modèle de pointage identifié précédemment. Ensuite, nous avons supprimé les variables qui sont devenues non-significatives en présence de cet indice. Finalement, nous avons suivi les mêmes étapes que pour le modèle d'avant afin de calculer les coûts d'erreurs de mauvaise classification.

En dernière étape de notre analyse, nous avons calculé les moyennes des coûts de mauvaise classification pour les deux modèles et avons procédé à un test de Student afin de vérifier si l'inclusion de l'indice de CRM apporte une amélioration significative au modèle. Certes, l'approche par courbes ROC est utile lorsqu'on désire mesurer le pouvoir discriminant d'une variable. Cependant, pour des modèles de pointage complets, nous jugeons qu'une telle approche est inappropriée. Primo, cette approche ne constitue pas un test formel permettant d'affirmer ou d'infirmier une hypothèse. Secundo, les courbes ROC accordent un poids égal aux erreurs de type I et II. Ceci ne reflète pas la situation rencontrée dans un domaine comme la gestion du risque de crédit et peut amener à des conclusions erronées (Hand, 2005).

## 7 Analyse des résultats

Dans cette section nous présenterons les résultats obtenus en appliquant la méthodologie de recherche décrite dans la section précédente. Tout d'abord, nous exposerons le modèle de pointage de crédit choisi, ensuite nous comparerons les deux indicateurs de CRM calculés et analyserons les déterminants de l'indicateur le plus performant. Finalement, nous présenterons les résultats d'un test hors-échantillon mesurant l'amélioration apportée par l'indicateur de CRM au modèle de pointage de crédit choisi précédemment.

### 7.1 Estimation de la probabilité de défaut

L'estimation de la probabilité de défaut constitue le point de départ de notre recherche. Comme nos deux approches pour l'estimation de la CRM sont basées sur un calcul préalable des probabilités de défauts, cette étape a été d'une importance cruciale. L'objectif ici était de construire un modèle de pointage de crédit basé sur l'estimation des probabilités de défaut répondant aux quatre objectifs identifiés précédemment, à savoir : la parcimonie, la performance, la significativité et l'interprétabilité.

Nous avons suivi les étapes de sélection présentées à la section précédente et avons abouti à un modèle répondant à nos objectifs. Ce modèle se présente comme suit :

$$\ln \left( \frac{P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip})}{1 - P(Y_i = 1 \mid x_{i1}, \dots, x_{ip})} \right) = \beta_0 + \beta_1 \times \text{cote risque } 1, 2 \text{ et } 3_i + \beta_2 \times \text{cote risque } 4_i + \beta_3 \times \text{cote risque } 5_i \\ + \beta_4 \times \text{défaut antérieur}_i + \beta_5 \times \text{solde du prêt}_i + \beta_6 \times \text{pct. remb. du prêt}_i + \beta_7 \times \text{montant autorisé en mc}_i \\ + \beta_8 \times \text{solde de la mc}_i + \beta_9 \times \text{solde moy. épargne}_i + \beta_{10} \times \text{montant des dividendes}_i + \beta_{11} \times \text{ratio BAI/ventes}_i \quad (23)$$

Le tableau 8 présente les résultats de cette régression pour notre échantillon de développement.

Paramètre	Valeur estimée	Rapport de cotes	Erreur type	Khi-2	Pr > Khi-2	Tolérance
Constante	-2,4631		0,7601	10,5007	0,0012	
Cote de risque de crédit				10,7143	0,0134	
Cote 1, 2 et 3	-2,1372	0,118	0,7575	7,9604	0,0048	0,02107
Cote 4	-1,5955	0,203	0,6572	5,8944	0,0152	0,02098
Cote 5	-0,7384	0,478	0,7442	0,9847	0,321	0,14797
Défaut antérieur	3,7301	41,685	0,3772	97,7955	<,0001	0,9744
Solde du prêt	0,00446	1,004	0,00182	6,0402	0,014	0,85484
Pourcentage de remboursement du prêt	-0,016	0,984	0,00802	3,9884	0,0458	0,87571
Montant autorisé en marge de crédit	-0,0492	0,952	0,0225	4,7773	0,0288	0,39975
Solde de la marge de crédit	0,0505	1,052	0,0251	4,0596	0,0439	0,42677
Solde moyen du compte épargne	-0,1128	0,893	0,0439	6,6014	0,0102	0,78744
Montant des dividendes	-0,0236	0,977	0,0114	4,2843	0,0385	0,91294
Ratio BAI / Ventes	-0,4135	0,661	0,217	3,6309	0,0567	0,97269
-2 log de vraisemblance	388,869					
AIC	412,869					
Score (Pr > Khi-2)	<,0001					
H&L (Pr > Khi-2)	0,2133					
Nombre d'observations	7 022					

TABLE 8 – Estimation des probabilités de défaut

Ce tableau présente les résultats d'une régression logistique pour le modèle de pointage sélectionné. L'échantillon utilisé est l'échantillon de développement. Les signes des coefficients permettent une interprétation économique. La significativité des paramètres est démontrée à travers les faibles valeurs-p relatives au test de Wald et l'adéquation du modèle est vérifiée à travers la valeur-p élevée du test de Hosmer et Lemeshow.

Nous remarquons tout d'abord que ce modèle comporte 10 paramètres, c'est-à-dire une constante et 9 variables dont une est une variable en classe, à savoir la variable "cote de risque de crédit". Comme la catégorie 6 affiche le taux de défaut le plus élevé et comporte un nombre suffisant d'observations, nous l'avons choisi comme catégorie de référence. Avec 10 paramètres, nous estimons que notre modèle est assez parcimonieux.

Nous remarquons aussi que l'hypothèse selon laquelle tous les coefficients du modèle sont nuls est rejetée de manière très significative. Comme nous l'avons spécifié dans nos critères

de sélection, tous les coefficients  $\beta$  du modèle sont significatifs au niveau 10 %.

Pour ce qui est de la performance du modèle, le test de Hosmer et Lemeshow ne rejette pas l'hypothèse selon laquelle le modèle ajuste bien les données. L'observation de la figure 8 permet de s'assurer de la capacité du modèle à bien prédire les défauts et les non-défauts.

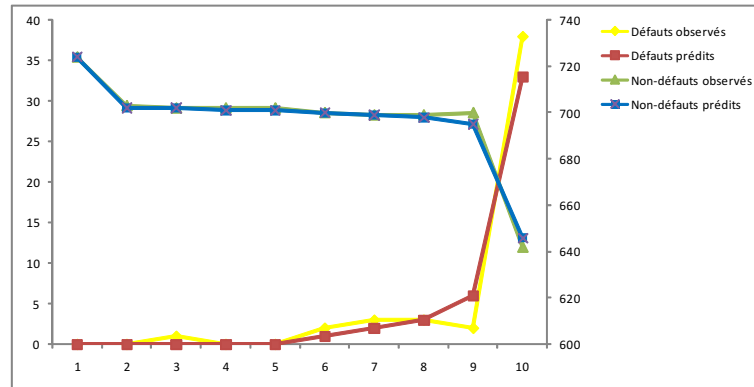


FIGURE 8 – Test de Hosmer et Lemeshow

La figure présente les résultats issus du test de Hosmer et Lemeshow. Les 10 groupes sélectionnés représentent chacun environ un dixième des observations de l'échantillon classées selon leur probabilité de défaut. L'échelle de gauche représente le nombre de défauts et l'échelle de droite le nombre de non-défauts contenus dans chacun des groupes. Le graphique montre que les prédictions du modèle reflètent assez bien la réalité observée. La valeur-p élevée du test de Hosmer et Lemeshow rejette l'hypothèse selon laquelle le modèle n'ajuste pas bien les données.

Afin de nous assurer de la bonne interprétation économique des paramètres, nous avons soumis notre modèle à plusieurs tests statistiques : test de multicolinéarité, test de linéarité et diagnostic d'influence.

L'interprétation des coefficients de notre modèle de pointage est aussi un objectif que l'on s'était fixé. Pour ce faire, il a fallu nous assurer que les signes des coefficients ainsi que leur valeur offraient la possibilité d'une interprétation économique juste. Pour nous assurer du bon signe des coefficients de notre modèle, nous l'avons soumis à un test de multicolinéarité. Les résultats de ce test sont aussi présentés au tableau 8.

L'examen des statistiques de tolérance ne permet pas d'affirmer la présence de multicolinéarité dans notre modèle. Rappelons que la statistique de tolérance représente la variance de chaque variable du modèle qui ne peut être expliquée par les autres variables. La cote de risque de crédit est une variable catégorielle qui représente une forte concentration dans ses deux premières catégories. Une firme qui ne figure pas dans les catégories 1, 2 et 3 a de très fortes chances de figurer parmi la catégorie 4. Il est donc tout à fait normal que les statistiques de tolérance soient faibles à l'intérieur des différentes catégories de cette variable. Comme le seuil de tolérance choisi est de 0,1, nous estimons alors que notre modèle ne présente pas de problème de multicolinéarité.

L'examen des coefficients de corrélation entre les variables du modèle ne permet pas non plus d'affirmer la présence de multicolinéarité. Ces coefficients sont présentés à l'annexe 2.

Le test de linéarité a été effectué à travers une régression quantile sur les probabilités de défaut estimées ainsi qu'à travers un test de Box-Tidwell. Les résultats de la régression quantile sont présentés à la figure 9. Nous remarquons que l'effet de certaines variables n'est pas tout à fait stable à travers les quantiles des probabilités estimées. La figure suggère que certaines variables ont plus d'effet lorsque le risque de défaut est élevé. C'est le cas par exemple des variables "solde du prêt" et "pourcentage de remboursement du prêt". D'autres variables ont par contre un effet globalement stable. Parmi celles-ci nous pouvons citer la variable "montant autorisé en marge de crédit" et "solde de la marge de crédit". Finalement, l'effet de certaines variables est moindre lorsque le risque de défaut est élevé. Les variables "solde moyen du compte épargne" et "montant des dividendes" reflètent bien cette situation.

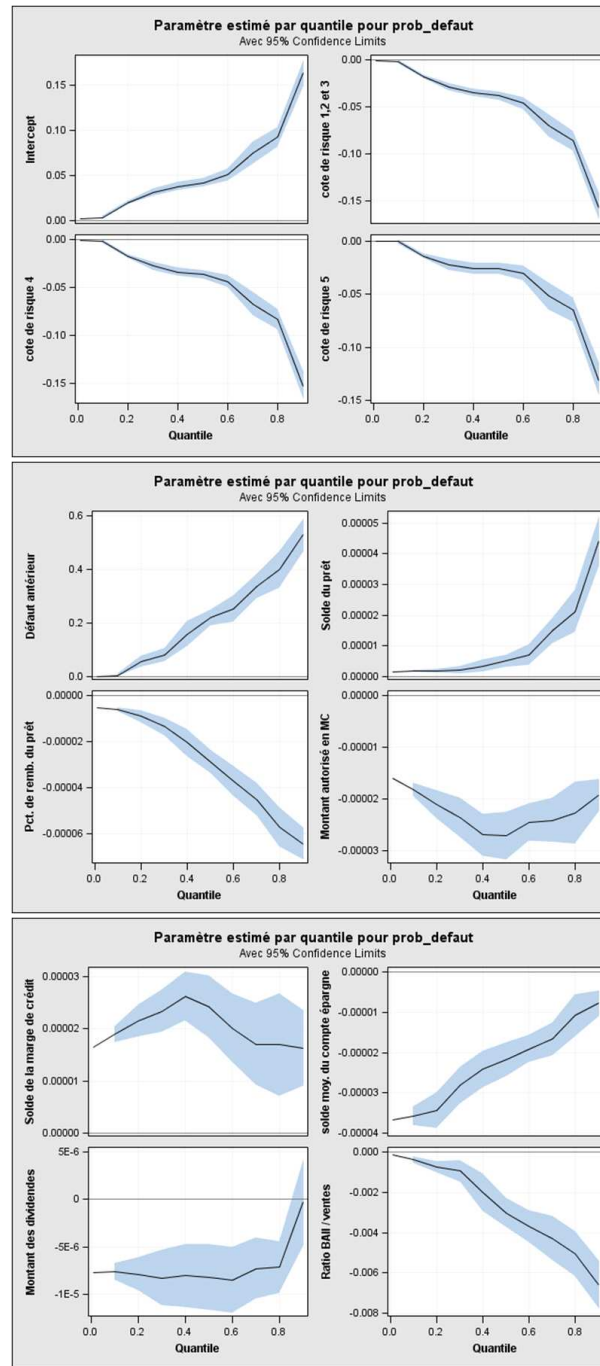


FIGURE 9 – Régression quantile sur les probabilités de défaut estimées

Les graphiques exposent les résultats d'une régression quantile effectuée sur les probabilités de défaut estimées. L'objectif était de vérifier la linéarité des effets des variables sur la probabilité de défaut. L'examen des graphiques révèle que pour certaines variables, l'effet est non-monotone, c'est-à-dire que l'effet estimé varie selon les quantiles. Cependant, la non-linéarité est non-observée dans la mesure où l'effet d'aucune des variables n'est passé du négatif au positif ou vice-versa.

Afin de nous assurer de la pertinence de notre modèle ainsi que de son pouvoir discriminant, nous avons remplacé tour à tour dans notre modèle les variables ayant un effet croissant ou décroissant par leur carré puis par leur cube. Dans la majorité des cas, les variables créées ont été significatives. Afin de décider quelles étaient les variables qu'il fallait élever au carré ou au cube, nous avons comparé les AIC des modèles avant et après chaque modification. Après analyse, le modèle qui présentait le plus petit AIC était le modèle de base, soit celui dont les variables sont toutes simples.

Comme la variable "montant des dividendes" semblait présenter un effet en deux temps, c'est-à-dire stable jusqu'à un certain point puis croissant au-delà de celui-ci, nous avons créé un terme d'interaction entre cette variable et la variable "défaut antérieur". Ceci a permis à la variable d'avoir deux pentes différentes selon qu'il y ait eu ou non présence d'un indicateur de risque de défaut élevé. L'effet de ce terme d'interaction a été non-significatif. Ces conclusions suggèrent que nous pouvons supposer la linéarité dans notre modèle. Il est à noter que malgré que l'effet de certaines variables soit non-monotone, aucun effet ne s'est avéré non-linéaire. En effet, aucun coefficient n'est passé du négatif au positif ou vice-versa.

Pour nous assurer de la linéarité dans notre modèle, nous avons conduit un test de Box-Tidwell. Ce test a abouti à la non-confirmation d'un effet non-linéaire dans notre modèle. Nous supposerons alors la linéarité des effets des variables dans le reste de notre travail.

La présence de valeurs extrêmes peut influencer grandement sur l'estimation des coefficients de notre modèle. Dans le but de nous assurer que ces coefficients ne sont pas influencés par de telles observations, nous avons examiné les résidus Dfbêtas du modèle estimé. Cette étape a été conduite en parallèle avec le nettoyage de la base de données. Pour notre échantillon final, les coefficients  $\beta$  des variables "solde du prêt" et "pourcentage de remboursement du prêt" ont été d'une importance cruciale. En effet, ces coefficients auront

beaucoup plus d'influence que les autres dans la détermination des indicateurs de CRM. Les résidus Dfbêtas pour ces deux variables sont présentés à la figure 13 de l'annexe 1. Mentionnons à ce niveau que le seuil de rejet le plus populaire est égal à  $\pm 2/\sqrt{n}$ , ce qui dans notre cas représenterait une valeur de  $\pm 0,024$ . L'examen de ces figures permet de vérifier l'homogénéité de l'échantillon utilisé et la validité des coefficients estimés.

Maintenant que notre modèle a réussi tous les tests auxquels il a été soumis, nous pouvons analyser les coefficients estimés. Dans ce qui suit, nous allons interpréter les coefficients obtenus et faire le parallèle avec la littérature sur le sujet.

### **Cote de risque de crédit**

L'examen du tableau 8 permet de constater que la cote de risque de crédit est globalement significative dans la prédiction du défaut (valeur- $p=0,01$ ). Nous retrouvons tout d'abord un coefficient négatif pour toutes les catégories de risque, ce qui suggère que ces catégories sont moins risquées que la catégorie de référence 6. En effet, cette catégorie est considérée comme la "pire" catégorie. Ensuite, nous pouvons remarquer que plus nous nous éloignons de la catégorie 6 plus ces coefficients sont négatifs. Ceci confirme la pertinence de la classification utilisée par la banque à cet effet. Ainsi, plus la cote de risque est bonne, plus le risque de défaut de la firme décroît. Cependant, il importe de noter que les catégories 5 et 6 ne sont pas significativement différentes l'une de l'autre.

### **Défaut antérieur**

Cette variable tient compte du niveau de délinquance de la firme. On entend par firme délinquante une firme qui fait défaut pour des raisons autres que la faillite. Lorsque cette variable vaut 1, cela indique que la firme a fait défaut durant les 24 derniers mois et a

repris son remboursement par la suite. Nous constatons que c'est une variable très significative dans la prédiction du défaut. En effet, selon notre modèle estimé, lorsque toutes les autres variables demeurent constantes, une firme qui a eu un défaut antérieur a un rapport de cote, soit un ratio "probabilité de défaut / probabilité de non-défaut" 41,68 fois plus élevé qu'une firme n'ayant pas eu de défaut antérieur. Ceci suggère que le phénomène de récurrence est fort présent.

### **Solde du prêt**

Tel que nous le prévoyions, le coefficient associé au solde du prêt est positif et significatif. Ainsi, conformément à nos attentes, toute chose étant égale par ailleurs, plus une firme est endettée, plus elle a de probabilité de faire défaut. Ceci rejoint les conclusions de presque tous les auteurs ayant travaillé sur des modèles de pointage. L'endettement est, en effet, une variable très déterminante dans l'évaluation du risque de défaut.

### **Pourcentage de remboursement du prêt**

Malgré que l'on ait tenu compte du niveau d'endettement, l'effet de la variable représentant le pourcentage de remboursement du prêt demeure négatif et significatif. Lorsque toutes les autres variables demeurent fixes, plus une entreprise est rendue à des stades avancés en remboursement de son prêt, moins elle a de risque de faire défaut. Ainsi, deux firmes ayant les mêmes caractéristiques et ayant le même montant de prêt à rembourser n'auront pas la même probabilité de défaut si l'une est rendue plus loin que l'autre dans le remboursement de son prêt. Ceci signifierait qu'en moyenne, les firmes seraient plus portées à faire défaut aux premiers stades de remboursement de leurs prêts et similairement à fournir plus d'effort pour éviter le défaut lorsqu'il ne reste qu'une petite proportion du prêt

à rembourser. Cette situation soulève un problème d'aléa moral non contrôlé par la banque.

### **Montant autorisé en marge de crédit**

L'examen des résultats de la régression révèle que plus le montant autorisé en marge de crédit pour une PME est élevé moins elle aura de risque de faire défaut. Cette conclusion peut être expliquée de deux manières différentes :

- La première étant qu'un montant autorisé en marge de crédit plus élevé est synonyme d'une meilleure qualité de crédit. En effet, afin d'établir les limites de marges, les banques ainsi que les agences de crédit se fient à leurs modèles de pointage et à l'historique de crédit des firmes. Une firme qui a un bon dossier de crédit a évidemment moins de probabilité de faire défaut. L'inclusion de la cote de risque de crédit dans le modèle ne discrédite pas cette hypothèse, car nous estimons que 4 catégories de risques (après jumelage des catégories 1,2 et 3) ne sont pas suffisantes pour tenir compte de la variabilité de la qualité de crédit des firmes. En outre, nous n'excluons pas l'hypothèse selon laquelle les modèles de pointage de crédit de la banque pourraient être différents selon qu'il s'agisse de prêts ou de marges de crédit.
- La deuxième explication rejoint les résultats de Maksimovic (1990), qui voit dans les lignes de crédit un certain moyen permettant aux firmes de pallier les difficultés financières qu'elles rencontrent. Les marges de crédit constitueraient alors un coussin de liquidités pour ces firmes, ce qui leur permet d'éviter le défaut lorsque le manque de liquidités est seulement provisoire.

### **Solde de la marge de crédit**

Contrairement au cas des prêts "spot" où la firme retire le montant total du prêt dès la signature du contrat, les marges de crédit, quant à elles, représentent des contrats de prêt

arrangés à l'avance et mis à la disposition des firmes pour une utilisation ultérieure. Les résultats de la régression montrent que le signe associé au solde de la marge de crédit est positif et significatif. Ceci confirme alors l'hypothèse selon laquelle les firmes auraient plus tendance à se diriger vers les sources de financement disponibles et facilement accessibles en cas de difficultés financières. Ce résultat rejoint les conclusions de Mounjib (2005) et de Sawadogo (2007).

### **Solde moyen du compte épargne**

Le solde moyen du compte épargne reflète le niveau de liquidités immédiates dont dispose l'entreprise. Celles-ci sont utilisées par la firme pour faire face à ses engagements financiers à court terme. Dès lors, plus une firme détiendrait de liquidités, moins elle aurait de risque de faire défaut. Cette hypothèse est confirmée par les travaux de Sawadogo (2007) ainsi que par nos résultats. La variable "solde moyen du compte épargne" a, en effet, un impact négatif sur la probabilité de défaut. Lorsque toutes les autres variables demeurent constantes, notre modèle estimé suggère que pour chaque augmentation de 1 000 \$ du solde moyen du compte épargne, le rapport de cote diminue de 10,7 %.

### **Montant des dividendes**

La variable "montant des dividendes" est utilisée par la banque pour désigner le montant global des dividendes versés ou des retraits prélevés par le propriétaire ou les associés au cours de l'exercice couvert par l'état financier. Il importe de noter que l'examen de cette variable peut soutenir trois théories différentes, à savoir : (1) la théorie de profitabilité, (2) la théorie du manque de projets rentables et (3) la théorie d'aléa moral. La première théorie stipule que les dividendes sont une variable indicatrice de la bonne santé financière d'une firme et de sa profitabilité. Pour pouvoir distribuer des dividendes, une firme doit

tout d'abord compter sur la réalisation préalable de profits suffisants. La deuxième théorie suggère que les firmes qui distribuent des dividendes sont celles qui manquent de nouveaux projets rentables. Ainsi, ces firmes distribueraient les bénéfices réalisés afin que les actionnaires puissent les investir eux-mêmes dans des projets autres que ceux de la firme. Finalement, la troisième théorie soutient que les firmes qui sont proches de la détresse financière augmentent leurs dividendes dans le but de protéger les sommes distribuées des créanciers.

L'examen des résultats de la régression logistique révèle un impact négatif et significatif de la variable "montant des dividendes" sur la probabilité de défaut des firmes. Les dividendes paraissent alors en moyenne comme un signe de bonne rentabilité de l'entreprise et d'une bonne santé financière. Cependant, le graphique obtenu suite à la régression quantile spécifique que l'effet de cette variable décroît pour les deux déciles les plus risqués des firmes de notre échantillon jusqu'à s'estomper pour les derniers centiles. Ceci suggère la présence d'une mince proportion de firmes de notre échantillon pour qui cette variable a l'effet contraire. Ces firmes figurent parmi celles qui ont les probabilités de défaut les plus élevées. Pour ces firmes, la théorie d'aléa moral tiendrait, et un accroissement des montants de dividendes serait un signe précurseur de mauvaise santé financière.

### **Ratio BAI / ventes**

Le ratio "BAI / ventes" figure parmi les ratios de rentabilité et est plus connu sous l'appellation "ratio de marge bénéficiaire brute". Il mesure le bénéfice avant intérêts et impôts dégagé à partir de chaque dollar de vente. Pour se permettre d'avoir un ratio de marge bénéficiaire brute élevé, une firme doit être dans l'une des deux situations : (1) soit être peu affectée par la concurrence afin de pouvoir établir des prix de vente plus élevés, (2) soit avoir une bonne gestion des coûts lui permettant de réaliser plus de profit

sur chaque vente. Dans les deux situations, cela implique que la firme est en bonne santé financière.

À la lecture du coefficient obtenu pour cette variable, l'effet du ratio de marge bénéficiaire brute sur la probabilité de défaut est négatif et significatif. Ainsi, toute chose étant égale par ailleurs, plus une entreprise a un ratio de marge bénéficiaire élevé, moins elle aura de risque de faire défaut. Ce résultat est conforme à la littérature dans la mesure où Chen et Shimerda (1981), ainsi que Crouhy, Galai et Mark (2001) ont abouti à la même relation estimée.

## 7.2 Comparaison des indicateurs de CRM

Sur la base de notre modèle d'estimation des probabilités de défaut, nous avons développé deux indicateurs de CRM en suivant les méthodologies présentées aux sections 6.2.1 et 6.2.2. Dans ce qui suit, nous allons utiliser CRM 1 et CRM 2 pour désigner respectivement le premier et le deuxième indicateur.

Avant d'analyser les indicateurs calculés, nous aimerions préciser certains points. Premièrement, pour ce qui a trait aux étapes de calcul de CRM 1, nous avons trouvé comme seuil optimal de rejet une valeur de 2,9 %. Rappelons que ce seuil est celui qui minimise les coûts de mauvaise classification pour notre échantillon et qu'il a été déterminé grâce à la technique *k-fold cross-validation*. Deuxièmement, comme la variable "pourcentage de remboursement du prêt" figure comme variable significative dans notre modèle, nous avons dû tenir compte de l'influence que le nouveau solde du prêt calculé ( $L^*$  ou  $D^*$ ) pourrait avoir sur celle-ci.

Dans le modèle de régression, la variable "pourcentage de remboursement du prêt" était calculée comme suit :

$$\text{Pourcentage de remboursement du prêt} = \frac{\text{Montant autorisé en prêt} - \text{solde du prêt}}{\text{Montant autorisé en prêt}}$$

Afin de tenir compte de la variation de cette variable entraînée par l'octroi d'un prêt supplémentaire, nous l'avons défini comme suit lors du calcul des indices de CRM :

$$\text{Pourcentage de remboursement du prêt} = \begin{cases} \frac{\text{Montant autorisé en prêt} - \text{Solde du prêt}}{\text{Montant autorisé en prêt} + \text{Nouveau solde} - \text{Solde du prêt}} & \text{si Nouveau solde} \geq \text{Solde du prêt} \\ \frac{\text{Montant autorisé en prêt} - \text{Solde du prêt}}{\text{Montant autorisé en prêt}} & \text{sinon} \end{cases}$$

où le terme "nouveau solde" est utilisé pour désigner  $L^*$  ou  $D^*$ .

Ainsi, si un montant supplémentaire en prêt est accordé à la firme selon le modèle, son pourcentage de remboursement de prêt baissera. Ceci nous a permis de tenir compte de la conséquence de l'octroi d'un prêt supplémentaire sur la probabilité de défaut à la fois via les effets d'endettement et d'aléa moral.

La figure 10 montre la distribution de nos deux indicateurs CRM 1 et CRM 2. Nous constatons que globalement leurs distributions sont semblables, mais remarquons néanmoins une légère différence au niveau des montants inférieurs à 500 000 \$.

Le coefficient de corrélation entre les deux indicateurs calculés est de l'ordre de 0,998. Ceci confirme que les indicateurs sont sensiblement similaires. Par ailleurs, la probabilité moyenne observée après maximisation du profit espérée de la banque est de l'ordre de 2,7 %. Cela se rapproche sensiblement du seuil de rejet calculé pour déterminer CRM 1 (2,9 %). Avec deux méthodologies différentes, nous avons donc abouti à des résultats semblables. Ceci confirme en quelque sorte que nos hypothèses sont assez réalistes.

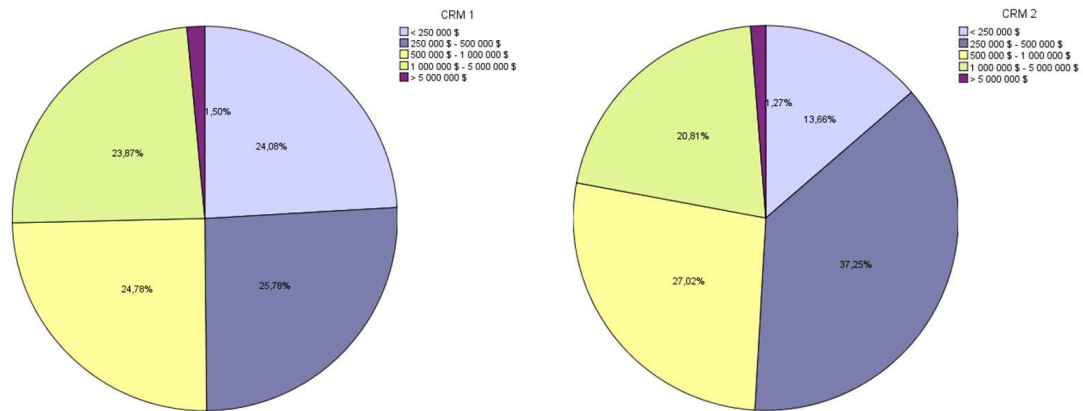


FIGURE 10 – Distribution des deux indicateurs de capacité de remboursement marginale  
Les graphiques montrent la distribution des capacités de remboursement marginales calculées selon chaque méthodologie. L'examen des deux graphiques permet de noter une différence au niveau de la distribution des montants inférieurs à 500 000 \$.

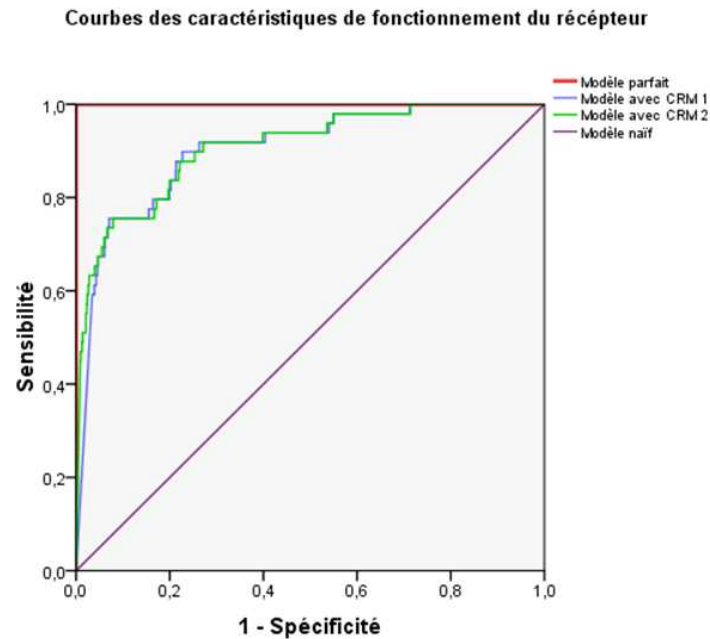
Afin de choisir l'indicateur que l'on va étudier, nous avons élaboré deux modèles de régression logistique ayant chacun pour variable dépendante le défaut et pour variable explicative l'un des deux indicateurs. Le tableau 9 expose les résultats obtenus de ces deux régressions.

Nous pouvons noter que les deux indicateurs sont très significatifs dans la prédiction du défaut. La comparaison des  $-2 \text{ Log de vraisemblance}$  nous révèle que la variable CRM 2 a un plus fort pouvoir explicatif. Afin de tester leur pouvoir discriminant et nous assurer du bon choix, nous avons tracé les courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur issues de ces deux modèles. Ces courbes sont présentées à la figure 11. La comparaison des surfaces sous la courbe nous révèle que la variable CRM 2 a un plus fort pouvoir discriminant. Elle serait ainsi plus précise que sa rivale dans la prédiction du défaut. Notre choix s'arrêtera donc sur la variable CRM 2.

Paramètre	Modèle avec CRM 1				Modèle avec CRM 2			
	Valeur estimée	Erreur type	Khi-2	Pr > Khi-2	Valeur estimée	Erreur type	Khi-2	Pr > Khi-2
Constante	-2,5389	0.1989	162.8794	<.0001	-1.5831	0.2243	49.8020	<.0001
CRM 1	-0,0101	0.00132	58.3837	<.0001				
CRM 2					-0.0120	0.00119	101.6184	<.0001
-2 Log de vraisemblance	447.384				413.365			
AIC	451,384				417.365			
Score (Pr > Khi-2)	0,0002				0,0003			
Nombre d'observations	7 022				7 022			

TABLE 9 – Estimation du défaut avec les indicateurs de la CRM

Ce tableau présente les résultats de deux régressions logistiques ayant chacune comme variable dépendante le défaut et comme variable indépendante l'un des deux indicateurs de capacité de remboursement marginale. L'échantillon utilisé est l'échantillon de développement. Les signes des coefficients permettent une interprétation économique. La significativité des paramètres est démontrée à travers les faibles valeurs-p relatives au test de Wald.



Modèle	Surface sous la courbe
Avec CRM 1	0,902
Avec CRM 2	0,908

FIGURE 11 – Courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur

La figure montre les courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur pour les deux modèles ayant pour seule variable dépendante l'un des deux indices de capacité de remboursement marginale. Ces courbes fournissent pour chaque point de coupure la sensibilité du modèle par rapport à son pourcentage de fausses alarmes. La comparaison suggère que les deux indices performant sensiblement de la même manière. Néanmoins, le calcul des surfaces sous les courbes permet de conclure que l'indice CRM 2 performe légèrement mieux.

### 7.3 Analyse des déterminants de la CRM

Dans cette section, nous analyserons les déterminants de la CRM. Afin de les identifier, nous avons procédé comme pour le cas du modèle d'estimation du défaut. Nous avons identifié préalablement les variables ayant un effet significatif via un *stepwise*, avons procédé à l'analyse des variables sélectionnées puis avons retiré de notre sélection les variables

présentant des problèmes de multicollinéarité. Sur la base des variables sélectionnées à ce point, nous avons identifié le modèle comportant une variable et qui offrait le plus grand  $R^2$  ajusté, le modèle comportant deux variables et qui offrait le plus grand  $R^2$  ajusté, etc. jusqu'au modèle qui comprenait toutes les variables sélectionnées. Notre choix s'est alors arrêté sur le modèle qui présentait le  $R^2$  ajusté le plus élevé. Ce modèle est présenté au tableau 10.

Nous remarquons tout d'abord que le  $R^2$  ajusté du modèle est de l'ordre de 0,9759. Cette valeur très élevée témoigne de la capacité de nos 5 variables à bien répliquer la CRM. Nos variables ont toutes réussi le test de multicollinéarité dans la mesure où la variance d'aucune d'entre elles n'est expliquée à plus de 90 % par l'une ou par la combinaison d'autres variables du modèle. Cependant, nous remarquons que notre modèle échoue au test d'hétéroscédasticité. La statistique du test de White est en effet significative.

Afin de pallier au problème d'hétéroscédasticité est de conduire une analyse basée sur une inférence statistique valide, nous en avons tenu compte à l'aide de la procédure *Feasible Generalized Least Square* (FGLS) présentée à la section 6.3.2. Les résultats de la régression issue de cette procédure montrent que les effets de toutes les variables du modèle sont demeurés très significatifs. Ces résultats sont présentés au tableau 15 à l'annexe 3. Comme les coefficients estimés demeurent sans biais même en présence d'hétéroscédasticité, nous avons préféré utiliser ceux présentés au tableau 10 dans le reste de l'étude.

Rappelons que l'indice de CRM calculé représente le montant en prêt supplémentaire au-delà duquel il devient sous-optimal pour la banque de prêter à la firme. Ce montant est déterminé grâce à la probabilité de défaut de départ de la firme et à son niveau d'endettement. La probabilité de défaut est, quant à elle, déterminée grâce à des variables dont certaines reviennent encore pour expliquer la CRM. Ces variables influencent donc la CRM de deux manières. D'un côté, elles déterminent la probabilité de défaut actuelle

Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Pr >  t	Tolérance	Inflation de variance
Constante	150,52965	3,08921	48,73	<,0001		0
Montant autorisé en marge de crédit	9,85787	0,07085	139,15	<,0001	0,38909	2,5701
Solde de la marge de crédit	-10,19324	0,12064	-84,49	<,0001	0,43035	2,32369
Solde moyen du compte épargne	24,26779	0,06208	390,91	<,0001	0,7861	1,27211
Montant des bénéfices nets	1,27751	0,04344	29,41	<,0001	0,82507	1,21201
Montant des comptes à recevoir	0,04496	0,02104	2,14	0,0327	0,75103	1,3315
$R^2$ ajusté	0,9759					
Statistique F (Pr > F)	<,0001					
Test de White (Pr > Khi-2)	<,0001					
Nombre d'observations	7 022					

TABLE 10 – Régression par MCO sur les déterminants de la CRM

Ce tableau présente les résultats d'une régression par moindres carrés ordinaires (MCO) de l'indice de CRM identifié sur ses déterminants. L'échantillon utilisé est l'échantillon de développement. Les signes des coefficients permettent une interprétation économique. La significativité des paramètres est démontrée à travers les faibles valeurs-p relatives au test t et l'adéquation du modèle est vérifiée à travers la valeur élevée du  $R^2$  ajusté.

de la firme. De l'autre, elles ont le pouvoir d'expliquer la différence entre son niveau d'endettement actuel et son niveau d'endettement optimal du point de vue de la banque.

Afin de dissocier les deux effets, nous avons intégré les probabilités de défaut calculées auparavant dans le modèle de régression précédent. Les résultats de cette nouvelle régression sont présentés au tableau 11. Nous remarquons que ce modèle présente aussi un problème d'hétéroscédasticité. Après correction pour celle-ci, tous les paramètres du modèle sont demeurés significatifs. Le modèle corrigé pour tenir compte de l'hétéroscédasticité est présenté au tableau 16 à l'annexe 3.

Maintenant que nous nous sommes assurés de la validité des tests d'inférence statistique et que nous avons dissocié les effets des variables explicatives, nous pouvons interpréter les résultats de nos régressions.<sup>13</sup>

13. Nous aimerions aviser nos chers lecteurs de l'existence d'un possible problème d'endogénéité dans

Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Pr >  t	Tolérance	Inflation de variance
Constante	154,45747	3,15159	49,01	<,0001		0
Probabilité estimée	-419,29435	70,47916	-5,95	<,0001	0,98325	1,01704
Montant autorisé en marge de crédit	9,83608	0,07077	138,99	<,0001	0,38805	2,577
Solde de la marge de crédit	-10,169	0,12041	-84,45	<,0001	0,42986	2,32636
Solde moyen du compte épargne	24,25944	0,06195	391,63	<,0001	0,78569	1,27276
Montant des bénéfices nets	1,25397	0,04351	28,82	<,0001	0,81825	1,22211
Montant des comptes à recevoir	0,04813	0,021	2,29	0,0219	0,75055	1,33236
$R^2$ ajusté	0,9761					
Statistique F (Pr > F)	<,0001					
Test de White (Pr > Khi-2)	<,0001					
Nombre d'observations	7 022					

TABLE 11 – Régression par MCO sur les déterminants de la CRM (avec probabilité de défaut)

Ce tableau présente les résultats d'une régression par moindres carrés ordinaires (MCO) de l'indice de CRM identifié sur ses déterminants. L'échantillon utilisé est l'échantillon de développement. Les signes des coefficients permettent une interprétation économique. La significativité des paramètres est démontrée à travers les faibles valeurs-p relatives au test t et l'adéquation du modèle est vérifiée à travers la valeur élevée du  $R^2$  ajusté. La différence entre ce modèle et le précédent est qu'il intègre la probabilité de défaut comme variable de contrôle.

### Probabilité estimée

Comme nous le prévoyions, la probabilité de défaut actuelle de la firme a un effet très significatif sur sa CRM. Plus sa probabilité de défaut est élevée, moins grande sera sa CRM. Ce résultat est tout à fait normal, car plus la firme a de risque de faire défaut, moins la banque sera prête à lui consentir un montant supplémentaire en prêt.

Nous remarquons aussi que l'intégration de cette variable dans le modèle de régression a fait en sorte de diminuer les effets de toutes les autres variables en valeur absolue. Les 

---

le modèle. Les moyens mis à notre disposition dans cette études ne nous ont pas permis le contourner.

nouveaux coefficients ont effectivement été dénués de leurs effets sur la probabilité de défaut lors de l'explication de la CRM.

### **Montant autorisé en marge de crédit**

Suite à l'observation des résultats de la régression, nous pouvons constater que le montant autorisé en marge de crédit a un effet positif et significatif sur la capacité de remboursement marginale. Ceci s'explique de deux manières :

- D'un côté, nous avons vu précédemment qu'un montant autorisé en marge de crédit élevé est généralement synonyme d'une bonne qualité de crédit et conséquemment d'une faible probabilité de défaut. Cela procure à la firme une facilité d'accès à plusieurs sources de financement, dont le marché des prêts à terme et augmente ainsi sa CRM.
- D'un autre côté, après avoir contrôlé pour la probabilité de défaut, le signe associé à cette variable est demeuré positif et significatif. Les marges de crédit réduiraient donc le niveau d'endettement en prêt. En effet, les marges de crédit représentent un moyen de financement disponible et facilement accessible. Cependant, vu qu'elles portent généralement des taux d'intérêt plus élevés que ceux des prêts à terme, elles ne représentent une alternative aux prêts que lorsque les besoins de financement sont limités et s'étalent sur une courte durée. Ainsi, les entreprises disposant de marges de crédit seront moins incitées à aller contracter des prêts pour subvenir à ce genre de besoin, chose qui augmenterait leur CRM.

### **Solde de la marge de crédit**

Comme mentionné précédemment, la marge de crédit est un outil mis à la disposition des PME pour subvenir à leurs besoins en liquidités à court terme. Après avoir contrôlé pour la probabilité de défaut, nous nous attendions à ce que le signe associé à cette variable soit

positif et significatif. Ceci aurait confirmé l'hypothèse selon laquelle les firmes utilisent les marges de crédit pour subvenir à leur besoin de financement à court terme et les prêts pour subvenir à ceux à moyen et long terme. Plus une firme utiliserait sa marge de crédit, moins elle puiserait dans sa capacité de remboursement marginale, et plus celle-ci sera donc grande.

Cependant, la réalité est toute autre. Le solde de la marge de crédit a un effet négatif et significatif sur la capacité de remboursement des firmes. Ceci signifie qu'en moyenne, les firmes qui utilisent le plus leurs marges de crédit sont celles qui ont le plus puisé dans leur capacité de remboursement. Comme il serait plus avantageux pour une firme de recourir au prêt à terme pour combler des besoins de financement importants, le signe associé à cette variable signifie qu'il existerait une proportion non négligeable de PME qui utilisent les marges de crédit pour combler des besoins de financement à moyen et à long terme. Cette conclusion serait due à l'utilisation des marges de crédit comme solution de financement de dernier recours par certaines firmes. Après avoir puisé leur capacité de remboursement au point qu'elles ne peuvent plus obtenir de financement auprès des banques, les PME auraient alors recours aux marges de crédit pour combler leurs besoins de financement.

### **Solde moyen du compte épargne**

Le solde moyen du compte épargne joue aussi un rôle important dans la détermination de la CRM. Conformément à nos attentes, le coefficient de cette variable est positif et significatif. Les résultats des tableaux 10 et 11 montrent que lorsque toutes les autres variables demeurent constantes, plus une firme détient de l'épargne, plus sa capacité de remboursement sera grande. L'utilisation des liquidités dont disposent les firmes constituerait alors une alternative à l'emprunt.

### **Montant des bénéfices nets**

D'après notre modèle estimé, le signe associé au montant des bénéfices nets est positif et significatif. Ce résultat est tout à fait conforme à nos attentes. En effet, la profitabilité de l'entreprise lui permet de subvenir à une partie ou à la totalité de ses besoins de financement. Les profits réalisés par la PME serviront ainsi au même titre que les liquidités qu'elle détient dans son compte épargne, à réduire son besoin de contracter un nouveau prêt. Notons qu'il s'agit de deux notions différentes, car la firme pourrait bien déposer ses profits dans d'autres moyens de placement que le compte épargne.

### **Montant des comptes à recevoir**

Les comptes à recevoir représentent des crédits accordés aux clients de l'entreprise dans le cours ordinaire des affaires. Il s'agit essentiellement de délais de paiement qui résultent de la vente de biens ou de la prestation de services. Le signe positif et significatif devant cette variable indique que, toute chose étant égale par ailleurs, plus la valeur des comptes à recevoir est grande, plus la CRM sera en conséquence. Ainsi, conformément à nos attentes, les firmes qui accordent des délais de paiement plus longs à leurs clients sont celles qui ont des besoins de financement moins élevés.

## **7.4 Mesure de l'amélioration de la performance prédictive apportée par l'indice de CRM**

Dans cette partie de l'étude, nous avons voulu tester l'amélioration apportée par l'indice de CRM à la capacité prédictive du modèle de pointage de crédit déterminé précédemment. Pour ce faire, nous avons fait appel à un échantillon de données indépendant, soit notre échantillon de validation.

Dans un premier temps, nous avons estimé les probabilités de défaut pour ce nouvel échantillon à l'aide du modèle 23. Nous avons choisi comme point de coupure la valeur optimale qui ressortait pour notre échantillon de développement, soit 2,9 %. Ainsi, les firmes ayant une probabilité de défaut supérieure à 2,9 % ont été considérées comme allant faire défaut. Grâce à l'état de défaut observé, nous avons pu identifier les cas qui étaient incorrectement classifiés par le modèle. Un coût de mauvaise classification de l'ordre de 20 a été attribué au cas présentant des erreurs de type I et un coût de 1 a été attribué aux cas présentant des erreurs de type II. Le choix de ce ratio est justifié à la section 6.2.1.

Dans un deuxième temps, à l'aide des coefficients obtenus au tableau 10, nous avons répliqué l'indice de CRM pour notre échantillon de validation. Ainsi, le nouvel indice calculé pour cet échantillon était défini comme suit :

$$\begin{aligned} CRM = & 150,52965 + 9,85787 \times \text{Montant autorisé en MC} - 10,19324 \times \text{Solde de la MC} \\ & + 24,26779 \times \text{Solde moy. épargne} + 1,27751 \times \text{Montant des Bén. nets} \\ & + 0,04496 \times \text{Montant des comptes à recevoir} \quad (24) \end{aligned}$$

Par la suite, nous avons ajouté cet indice aux variables explicatives du modèle d'estimation de défaut et avons réestimé le nouveau modèle pour notre échantillon de validation, tout en prenant soin d'enlever les variables qui n'étaient plus significatives. Nous avons alors procédé à l'attribution des coûts de mauvaise classification comme pour le premier modèle.

Afin de comparer la performance prédictive de ce nouveau modèle à celle du modèle précédent, nous avons comparé les moyennes des coûts de mauvaise classification grâce à un test de Student. Rappelons que nous avons jugé que l'utilisation des courbes des caractéristiques de fonctionnement du récepteur était inappropriée pour cette fin, car ces

courbes supposent un ratio de 1 entre les coûts d'erreur de type I et de type II, et qu'elles n'offraient pas la possibilité de conduire un test formel.

Avant d'examiner le résultat du test de Student, nous aimerions analyser tout d'abord quelques évidences qui ressortent du modèle incluant l'indice de CRM. Les résultats de ce modèle sont présentés au tableau 12.

Paramètre	Valeur estimée	Rapport de cotes	Erreur type	Khi-2	Pr > Khi-2	Tolérance
Constante	0,3004		1,2049	0,0622	0,8031	
Cote de risque de crédit				3,7372	0,2913	
Cote 1, 2 et 3	-2,8428	0,058	1,4936	3,6226	0,057	0,02021
Cote 4	-1,8008	0,165	1,1538	2,4363	0,1186	0,02009
Cote 5	-1,6402	0,194	1,4877	1,2155	0,2702	0,13819
Défaut antérieur	5,1429	171,216	1,3332	14,8817	0,0001	0,98233
Montant des dividendes	0,00951	1,010	0,00587	2,6227	0,1053	0,9759
CRM 2	-0,0125	0,988	0,00385	10,5058	0,0012	0,91021
-2 log de vraisemblance	100,174					
AIC	114,174					
Score (Pr > Khi-2)	<,0001					
H&L (Pr > Khi-2)	0,8577					
Nombre d'observations	1 755					

TABLE 12 – Estimation des probabilités de défaut avec l'indice de CRM

À la lecture des résultats obtenus pour notre nouveau modèle, nous pouvons constater que le test de Hosmer et Lemeshow rejette l'hypothèse selon laquelle le modèle n'ajuste pas bien les données. L'analyse des statistiques de tolérance ne permet pas non plus d'affirmer l'existence de multicolinéarité dans le modèle. Rappelons qu'à l'intérieur des variables catégorielles, il est tout à fait normal d'observer des petites valeurs pour cette statistique. Cela ne signifie pas pour autant qu'il y a existence de multicolinéarité.

Nous pouvons remarquer que la capacité de remboursement marginale est très significative dans la prédiction du défaut. Lorsque toutes les autres variables demeurent constantes, une augmentation de la CRM d'une firme est associée à une baisse de sa probabilité de

défaut.

Nous constatons aussi que la cote de risque de crédit est devenue non-significative dans son ensemble en présence d'un indice de CRM. Ceci signifierait que l'indice arrive à incorporer une bonne partie de l'information contenue dans cette variable.

La comparaison des coefficients obtenus aux tableaux 8 et 12 révèle une différence majeure. En effet, le coefficient associé aux dividendes n'est plus négatif, mais positif et est presque significatif au niveau 10 %. Ceci montre qu'après avoir contrôlé pour le niveau de CRM de la firme, les retraits d'argent effectués par le propriétaire sous forme de dividendes refléteraient une probabilité de défaut accrue. Ainsi, pour les propriétaires de firmes qui traversent une mauvaise situation financière, l'imminence d'une faillite fait en sorte qu'ils tentent de protéger leurs avoirs en s'accordant des dividendes. Ce phénomène d'aléa moral paraît ainsi non contrôlé par la banque. Cette conclusion est en lien avec le graphique obtenu lors de la régression quantile où nous avons vu que cette variable avait un effet différent pour les deux déciles les plus risqués des firmes.

En ce qui a trait à l'apport de l'indice de CRM à la précision prédictive du modèle, le tableau 13 montre les résultats du test de Student. La comparaison des coûts de mauvaise classification nous révèle que le modèle "sans CRM" est à l'origine de coûts moyens plus élevés. Ainsi, malgré le fait que le modèle "avec CRM" compte moins de variables, il arrive à surperformer son rival. Le test permet de vérifier que la moyenne des différences des coûts de mauvaise classification entre les deux modèles est significativement différente de 0. Nous pouvons donc conclure que la considération d'un indicateur de capacité de remboursement nous a permis d'améliorer significativement la capacité discriminante et prédictive de notre modèle de pointage de crédit.

Modèles comparés	Nombre d'observations	Moyenne des différences des coûts	Écart-type	Valeur du test t	Pr >  t
Sans CRM Vs. avec CRM	1 755	0,00798	0,1817	1,84	0,066

TABLE 13 – Test de significativité de l'amélioration apportée par l'indice de CRM  
Ce tableau expose les résultats obtenus du test de significativité de l'amélioration de la précision du modèle de pointage apportée par l'introduction d'un indice de capacité de remboursement. L'échantillon utilisé est l'échantillon de validation. Les coûts d'erreurs de mauvaise classification de type I ont reçu un coût hypothétique de 20 et celles de type II ont reçu un coût hypothétique de 1. L'examen montre que le modèle sans CRM a en moyenne des coûts de mauvaise classification plus élevés. La différence entre les coûts moyens de chaque modèle est significative selon le test t.

## 8 Discussion et avenues de recherche

Ce travail a eu comme principaux objectifs : le calcul d'un indicateur de capacité de remboursement marginal, l'analyse de ses déterminants et la mesure de l'amélioration qu'il peut apporter au pouvoir prédictif d'un modèle de pointage de crédit.

Comme il s'agit d'un sentier, jusqu'à aujourd'hui, peu exploré par les chercheurs et praticiens en pointage de crédit, il a fallu considérer plus d'une méthodologie afin de nous assurer de la validité de nos résultats. Dans ce travail, nous avons proposé deux chemins distincts menant à la détermination de la capacité de remboursement marginale pour les petites et moyennes entreprises. Nous avons dès lors abouti à deux indicateurs différents, mais ayant des valeurs sensiblement similaires. Le premier indicateur était défini comme étant le montant supplémentaire en prêt au-delà duquel la firme atteint une probabilité de défaut supérieure au seuil de rejet de la banque. Ce seuil a été déterminé de manière à minimiser les coûts de mauvaise classification pour l'ensemble du portefeuille de crédit considéré. Quant au deuxième indicateur, il représentait le montant supplémentaire en prêt qui maximisait le profit espéré de la banque sur chacun de ses prêts consentis aux PME. Nous avons confronté les deux indicateurs calculés, évalué leurs pouvoirs prédictifs du défaut et avons conclu que le deuxième indicateur était plus performant que le premier.

Cependant, afin de déterminer notre deuxième indicateur de CRM, il a fallu qu'on repose sur quelques hypothèses en raison de l'absence d'information sur certaines variables. Ces hypothèses ont été quelques fois assez fortes. En effet, l'absence de variable indicatrice sur les niveaux des taux d'intérêt payés par les firmes de notre échantillon nous a contraints à supposer un taux d'intérêt fixe pour toutes les firmes quel que soit leur risque de défaut. Nous n'avions pas non plus eu accès au montant qui restait à rembourser lors du défaut des firmes. Par conséquent, nous avons dû supposer un LGD (*loss given default*) de 60 %,

soit une valeur qui revenait souvent dans les études empiriques s'intéressant à ce sujet. L'accès à ces informations nous aurait permis certainement de déterminer avec beaucoup plus de précision notre indicateur de CRM.

La structure des données ne nous a pas permis non plus d'inclure des variables macroéconomiques. En effet, les données utilisées étaient en coupe transversale et étaient concentrées autour d'une période d'un an (Juin 2004 à Mai 2005). À cet effet, Belloti et Crook (2007) ont conclu que l'inclusion de variables macroéconomiques dans un modèle de pointage de crédit améliorerait significativement sa précision. Notons aussi que la considération de données en série chronologique nous aurait permis en outre de tenir compte de la volatilité de certaines variables comme le montant des ventes, des bénéfices, des dividendes, etc. ainsi que de leur direction. Nous aurions ainsi pu tenir compte des chocs subis par les firmes ainsi que de leur phase de croissance : expansion, maturité, déclin.

Dans notre recherche, nous avons considéré l'endettement des firmes de manière brute et n'avons pas tenu compte de son amortissement dans le temps. Ni l'échéance des prêts ni le montant des paiements périodiques n'étaient connus pour pouvoir contourner cette difficulté. Nous jugeons que toute chose étant égale par ailleurs, il serait plus facile pour une firme de supporter plus de dette si celle-ci s'échelonnait sur une plus longue période. Il aurait donc été intéressant de tenir compte de l'amortissement des prêts à travers le temps à la fois dans le modèle d'estimation du défaut et dans le modèle de maximisation du profit espéré.

En ce qui a trait à l'échantillon utilisé, nous estimons que l'utilisation d'un échantillon plus large aurait été préférable. Notons que le faible taux de défaut au sein de notre base de données paraît inhabituel lorsqu'on le compare à celui observé dans d'autres études empiriques. Ce faible taux ainsi que le besoin de séparer la base de données globale en base de données "développement" et base de données "validation" nous a forcé à baser nos

modèles puis à les valider sur des échantillons où les nombres de cas de défaut étaient très restreints. Cela rend la généralisation de nos résultats plus difficile et le risque d'erreur à ce niveau devient plus grand.

La disponibilité des variables indiquées ci-haut, l'usage de données en série chronologique et l'utilisation d'un échantillon plus large permettraient de conduire une étude plus poussée. D'abord, le modèle de pointage de crédit serait relativement plus précis et plus robuste. Ceci aurait par conséquent, une incidence sur le modèle de maximisation du profit espéré, puisque ce dernier repose sur l'identification préalable des probabilités de défaut. Ensuite, la disponibilité de variables telles que le taux d'intérêt et l'amortissement du prêt permettrait le développement d'un modèle de maximisation de profit espéré plus proche de la réalité et certainement plus performant. Sans oublier qu'en ayant eu accès à plus de variables, nous aurions pu régler l'éventuel problème d'endogénéité de notre modèle.

Dans notre étude, nous n'avons utilisé qu'une seule variable de décision, à savoir le montant à prêter. Un modèle plus complet de maximisation du profit espéré devra contenir 3 variables de décision : (1) le montant à prêter, (2) le taux d'intérêt exigé et (3) la durée d'amortissement du prêt. Ces trois variables auraient une incidence sur le profit espéré selon deux effets : (1) un effet direct et (2) un effet sur la probabilité de défaut qui aura à son tour un effet sur le profit espéré.

La spécification des variables de décision de manière endogène rendrait le problème de maximisation beaucoup plus complexe. Il ne serait pas étonnant de voir que pour certains cas, il existerait un ou plusieurs maximums locaux et un maximum global. Les logiciels de maximisation courants s'arrêtent généralement au premier maximum local. Dès lors, l'utilisation de logiciels spécialisés dans la résolution de problèmes de maximisation complexes serait très recommandée.

Enfin, la considération d'un large échantillon de données pourrait rendre le temps de

résolution du problème de maximisation indéfiniment long. Sur la base du temps requis pour résoudre un problème de maximisation avec une seule variable de décision pour un petit échantillon comme le nôtre, nous pouvons dire qu'il ne faudrait pas être étonné de voir le temps de résolution d'un tel problème s'étaler sur de nombreux jours. La possibilité d'utilisation d'heuristiques ou de méta-heuristiques ne devrait pas être mise de côté.<sup>14</sup>

---

14. Les heuristiques et les méta-heuristiques sont des algorithmes d'optimisation ayant pour but d'apporter en un temps restreint une solution réalisable au problème de maximisation. La solution fournie n'est pas forcément la solution optimale, mais se rapproche très souvent de celle-ci.

## 9 Conclusion

Ce travail de recherche se distingue en étant le premier à déterminer un indicateur de capacité de remboursement marginale pour petites et moyennes entreprises et à mesurer l'amélioration qu'il apporte à un modèle de pointage de crédit. Pour atteindre nos objectifs, nous avons dû passer par certaines étapes et explorer divers chemins qui ont abouti par nous révéler plusieurs évidences empiriques en cours de route.

Après avoir soigneusement nettoyé notre base de données, nous avons créé une multitude de ratios financiers dont la plupart revenaient fréquemment dans la littérature liée au sujet. L'objectif ici était de disposer de suffisamment de variables pour pouvoir élaborer un modèle de pointage de crédit. Ceci constituait la première étape de notre recherche. Après avoir exploré plus d'une cinquantaine de variables, et usé des techniques de sélection automatique ainsi que de notre jugement, nous avons identifié un modèle qui répondait à nos 4 objectifs : parcimonie, performance, significativité et interprétabilité.

Nous avons ensuite soumis le modèle identifié à plusieurs tests afin de nous assurer de la validité de son inférence statistique ainsi que de la bonne interprétation de ses paramètres. La régression quantile sur les probabilités de défaut estimées nous a permis de relever un comportement assez curieux de la variable "montant des dividendes". Comme le montrent les résultats du modèle 23, en moyenne, plus les entreprises versent de dividendes, moins elles ont de risque de faire défaut. Cependant, les résultats de la régression quantile illustrée à la figure 9 montrent un comportement différent pour les deux déciles ayant les probabilités de défaut les plus élevées. Ceci suggère un phénomène d'aléa moral qui soutient l'existence d'une proportion non négligeable de propriétaires d'entreprises qui s'octroient plus de dividendes quand le défaut devient imminent.

La capacité de remboursement marginale n'est pas une donnée directement observable. Il

a fallu tout d'abord la déterminer. Conformément à nos attentes, le solde du prêt figure comme variable explicative dans notre modèle de régression et a un effet positif et significatif sur la probabilité de défaut. Comme nous sommes les premiers à nous intéresser au sujet, nous avons jugé opportun de présenter les résultats de nos deux méthodologies d'estimation de la capacité de remboursement marginale. L'indice issu de la première méthodologie représentait le solde du prêt supplémentaire au-delà duquel la probabilité de défaut de la firme atteint le seuil critique de rejet de la banque. Ce seuil a été déterminé de manière à minimiser les coûts d'erreur de type I et II. La deuxième méthodologie a abouti à la création d'un indice égal au montant supplémentaire en prêt au-delà duquel il devient sous-optimal pour la banque de prêter à la firme. Après analyse, il ressortait que les deux indices avaient sensiblement les mêmes valeurs. Cependant, l'indice issu de la deuxième méthodologie avait un pouvoir discriminant légèrement plus fort. Notre choix s'est alors arrêté sur cet indice.

Ensuite, nous avons analysé les déterminants de capacité de remboursement marginale. Nos résultats montraient qu'un montant autorisé en marge de crédit plus élevé était accompagné en moyenne d'une plus grande capacité de remboursement marginale. Ainsi, les entreprises qui ont une marge de crédit plus élevée puiseraient moins dans leur capacité de remboursement relative aux prêts. Nous avons alors conclu que les marges de crédit représentaient une alternative aux prêts pour les petites et moyennes entreprises lorsque celles-ci avaient des besoins de financement à court terme. Comme les marges de crédit portent en général des taux plus élevés que ceux des prêts, il ne serait pas judicieux de la part d'une firme d'utiliser les marges de crédit pour combler des besoins de financement à long terme.

Cependant, les résultats de notre régression montrent que le montant du solde de la marge de crédit a un effet négatif et significatif sur la capacité de remboursement marginale, et

ce, même en contrôlant pour les probabilités de défaut. Ceci a été contraire à nos attentes. Nous prévoyions que les firmes qui utilisent plus leurs marges de crédit pour subvenir à leurs besoins de financement à court terme, puiseraient moins dans leur capacité de financement marginale qui a été calculée, rappelons-le, pour des prêts à moyen et à long terme. Le signe négatif et significatif de cette variable montre que les firmes qui puisent le plus dans leur capacité de remboursement au point de ne plus trouver de financement, se tournent vers les marges de crédit. Celles-ci constitueraient alors un moyen de financement de dernier recours pour combler les besoins de financement des firmes les plus endettées.

Grâce aux coefficients obtenus pour les variables explicatives de la capacité de remboursement marginale, nous avons pu répliquer cet indice pour notre échantillon de validation. Nous avons dès lors estimé deux modèles de prédiction de défaut pour cet échantillon. Le premier comportait les mêmes variables que le modèle 23. Le deuxième incluait ces mêmes variables en plus de l'indicateur répliqué de capacité de remboursement et excluait les variables qui n'étaient plus significatives en présence de cet indicateur.

Les résultats de la régression du modèle incluant l'indice de capacité de remboursement marginale apportent deux évidences majeures. Premièrement, en présence d'un indicateur de capacité de remboursement marginale, la cote de risque de crédit est non significative dans l'explication du défaut. Ceci témoigne de la robustesse de cet indicateur et de sa capacité à incorporer une bonne partie de l'information contenue dans la cote de risque. Deuxièmement, lorsqu'on tient compte de la capacité de remboursement de la firme, l'effet du montant des dividendes sur la probabilité de défaut est alors positif et presque significatif. Cela confirme alors nos conclusions issues de la régression quantile et démontre un phénomène d'aléa moral non contrôlé par la banque. La comparaison de la performance prédictive des deux modèles montre que la prise en compte de la capacité de remboursement marginale améliore de manière significative la capacité prédictive du modèle de

pointage de crédit.

À cause de la non-disponibilité de certaines données, nous avons dû poser des hypothèses dont certaines ne reflétaient pas ce qui est observé en réalité. Nous avons été conscients de cette limite et avons apporté de manière détaillée des avenues de recherche permettant de pallier ce problème. Nous prions nos chers lecteurs de ne pas voir notre travail comme étant basé sur des hypothèses non réalistes mais plutôt comme étant un travail précurseur qui propose non seulement une, mais deux méthodologies pour déterminer le montant à prêter, et qui souligne l'importance de la prise en compte de la capacité de remboursement marginale dans les modèles de pointage de crédit.

## Références

- [1] Altman, E. I. (1968). Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *Journal of Finance* 23, 589-609.
- [2] Altman, E. I. (1993). Corporate financial distress and bankruptcy. Second edition. John Wiley & Sons.
- [3] Altman, E. I., Avery, R., Eisenbeis, R., et Stinkey, J. (1981). Application of classification techniques in business, banking and finance, vol. 3, JAI Press, Greenwich.
- [4] Altman, E. I., Marco, G., et Varetto, F. (1994). Corporate distress diagnosis : Comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (The Italian experience). *Journal of Banking and Finance* 18, 505-529.
- [5] Altman, E. I., et Sabato, G. (2006). Modelling credit risk for SMEs : evidence from US market. *Abacus* 19, 716-723.
- [6] Avery, R. B., Bostic, R. W., Calem, P. S., et Canner, G. B. (1996). Credit risk, credit scoring and the performance of home mortgages. *Federal Reserve Bulletin* 82, 621-648.
- [7] Beaver, W. H. (1966). Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research* 4, 71-111.
- [8] Belloti, T., et Crook, J. (2007). Credit scoring with macroeconomic variables using survival analysis. *Journal of the Operational Research Society*. Publié en ligne le 10 Décembre 2008 et accepté pour parution en 2009.
- [9] Berger, A. N., et Frame, W. S. (2007). Small business credit scoring and credit availability. *Journal of Small Business Management* 45, 5-22.
- [10] Berger, A. N., Frame, W. S., et Miller, N. H. (2005). Credit scoring and the availability, price and risk of small business credit. *Journal of Money, Credit and Banking* 37, 191-222.

- 
- [11] Berger, A. N., Kashyap, A., et Scalise, J. (1995). The transformation of the U.S. banking industry : What a long, strange trip it's been. *Brooking Papers on Economic activity* 2, 55-217.
- [12] Blum, M. (1974). Failing company discriminant Analysis. *Journal of Accounting Research* 12, 1-25.
- [13] Box, G., et Tidwell, P. (1962). Transformation of independent variables. *Technometrics* 4, 531-550.
- [14] Boyes, W. J., Hoffman, D. L., et Low, S. A. (1989). An econometric analysis of the bank credit scoring problem. *Journal of econometrics* 40, 3-14.
- [15] Breusch, T.S., et Pagan, A.R. (1979). Simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica* 47, 1287-1294.
- [16] Capon, N. (1982). Credit scoring systems : a critical analysis. *Journal of marketing* 46, 82-91.
- [17] Chen, K. H., et Shimerda, T. A. (1981). An empirical analysis of useful financial ratios. *Financial Management* 10, 51-60.
- [18] Cole, R. A., Goldberg, L. G., et White, L. J. (2004). Cookie-cutter versus character : The micro structure of small business lending by large and small banks. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 39, 227-251.
- [19] Comité de Bâle sur le contrôle bancaire (1999). Credit risk modelling : Current practices and applications, Bank for International Settlements.
- [20] Comité de Bâle sur le contrôle bancaire (2001). The internal ratings-based approach, Bank for International Settlements.
- [21] Crook, C., et Banasik, J. (2004). Does reject inference really improve the performance of application scoring models ?. *Journal of Banking and Finance* 28, 857-874.

- [22] Crouhy, M., Galai, D., et Mark, R. (2000). A comparative analysis of current credit risk models. *Journal of Banking and Finance* 24, 59–117.
- [23] Crouhy, M., Galai, D., et Mark, R. (2001). Prototype risk rating system. *Journal of Banking and Finance* 25, 47-95.
- [24] Deakin, E. (1972). A discriminant analysis of predictors of business failure. *Journal of Accounting Research* 10, 167-179.
- [25] Dev, S. (1974). Ratio analysis and the prediction of company failure in ebits, credits, finance and profits. Sweet and Maxwell, London.
- [26] DeYoung, R., Glennon, D., et Nigro, P. (2008). Borrower-Lender distance, credit scoring and loan performance : Evidence from informational-opaque small business borrowers. *Journal of Financial Intermediation* 17, 113-143.
- [27] Dietsch, M., et Petey, J. (2004). Should SME exposures be treated as retail or as corporate exposures ? A comparative analysis of default probabilities and asset correlation in French and German SMEs. *Journal of Banking and Finance* 28, 773-778.
- [28] Dionne, G., Artis, M., et Guillén, M. (1996). Count data models for a credit scoring system. *Journal of Empirical Finance* 3, 303-325.
- [29] Dionne, G., Laajimi, S., Mejri, S., et Petrescu, M. (2008). Estimation of the default risk of publicly traded companies : Evidence from Canadian data. *Canadian Journal of Administrative Sciences* 25, 134-152.
- [30] Durand, D. (1941) Risk elements in consumer installment financing. National Bureau of Economics, New York.
- [31] Edmister, R. (1972). An empirical test of financial ratio analysis for small business failure prediction. *Journal of Financial and Quantitative analysis* 7, 1477-1493.
- [32] Eisenbeis, R. A. (1978). Problems in applying discriminant analysis in credit scoring models. *Journal of Banking and Finance* 2, 205-219.

- [33] Falkenstein, E., Boral, A., et Carty, L.V. (2000). RiskCalc for private companies : Moody's default model. Moody's investors service global credit research, New York, NY.
- [34] Feldman, R. (1997). Banks and a big change in technology called credit scoring. Federal Reserve bank of Minneapolis. *The region*, Septembre. 19-25.
- [35] Fisher, R. A. (1936). The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics* 7, 179-188.
- [36] Frame, W. S. (1995). FYI-Examining small business lending in bank antitrust analysis. Federal Reserve Bank Of Atlanta. *Economic Review* 80, Mars-Avril. 31-40.
- [37] Frame, W. S., Srinivasan, A., et Woosley, L. (2001). The effect of credit scoring on small business lending. *Journal of Money, Credit and Banking* 33, 813-825.
- [38] Frame, W.S, Padhi, M., et Woosley, L. (2004). The effect of credit scoring on small business lending in low and moderate income areas. *Financial Review* 39, 35-54.
- [39] Frydman, H., Altman, E. I., et Kao, D. L. (1985). Introducing recursive partitioning for financial classification : The case of financial distress. *Journal of Finance* 40, 269-291.
- [40] Hamer, M. M. (1983). Failure prediction : Sensitivity of classification accuracy to alternative statistical methods and variable sets. *Journal of Accounting and Public Policy* 2, 289-307.
- [41] Hand, D. J., Henley, W. E. (1997). Statistical classification methods in consumer credit scoring : A review. *Journal of the Royal Statistical Society* 160, 523-541.
- [42] Hand, D. J. (2005). Good practice in retail scorecard assessment. *Journal of the Operational Research Society* 56, 1109-1117.

- [43] Hayden, E. (2003) Are credit scoring models sensitive with respect to default definitions? Evidence from the Austrian market. Document de travail, University of Vienna.
- [44] Haykin, S. (1994). Neural networks. A comprehensive foundation. NY, MacMillan p. 2.
- [45] Homer, S. (1963). A history of interest rates. New Brunswick : Rutgers university press.
- [46] Hsia, D. C. (1978). Credit scoring and the equal credit opportunity act. *Hastings Law Journal* 30. 371-448.
- [47] Jacobson, T. et Roszbach, K. (2003). Bank lending policy, credit scoring and value-at-risk. *Journal of Banking and Finance* 27, 613-633.
- [48] Kwast, M. L., Starr-McCluer M., et Wolken, J. D. (1997). Market definition and the analysis of antitrust banking. *Antitrust Bulletin* 42, 973-995.
- [49] Keasey, K., et McGuinness, P. (1990). The failure of UK industrial firms for the periode 1976-1984, logistic analysis and entropy measures. *Journal of Buisness Finance and Accounting* 17, 119-135.
- [50] Kumar, P. R., et Ravi, V. (2007). Bankruptcy prediction in banks and firms via statistical and intelligent techniques – A review. *European Journal of Operational Research* 180, 1-28.
- [51] Laitinen, E. K. (1993). Financial predictors for different phases of the failure process. *Omega* 21, 215-228.
- [52] Lawson, J. C. (1995). Knowing the score. *US Banker*, Septembre 1995, p. 61-65.
- [53] Libby, R. (1975). Accounting ratios and the prediction of failure : some behavioural evidence. *Journal of accounting research*, Printemps, 150-161.

- [54] Maksimovic, V. (1990). Product market imperfections and loan commitments. *Journal of Finance* 45, 1641-1653.
- [55] Martin, D. (1977). Early warning of bank failure. A logit regression approach. *Journal of Banking and Finance* 1, 249-276.
- [56] Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt : the risk structure of interest rates. *Journal of Finance* 29, 449-470.
- [57] Messier, W. F., et Hansen, J. V. (1988). Including rules for expert system development : An exemple using default and bankruptcy data. *Management Science* 34, 1403-1415.
- [58] Mester, L. J. (1997). What's the point of credit scoring? *Business Review*, September/October, 3-16.
- [59] Mounjib, H. (2005). Risque de crédit et utilisation des lignes de crédit : le cas des entreprises privées canadiennes. Mémoire de maîtrise, HEC Montréal.
- [60] Muolo, P. (1995). Building a credit scoring bridge. *US Banker*, Mai 1995, p. 71-73.
- [61] Nakamura, L. (1993). Recent research in commercial banking : Information and lending. Federal Reserve bank of Philadelphia. Document de travail numéro 93-24, Septembre 1993.
- [62] Ohlson, J. A. (1980). Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research* 18, 109-131.
- [63] Oppenheim, S. (1996). Would credit scoring backfire in a recession? *American Banker*, 18 Novembre 1996, p.16.
- [64] Paradi, J. C., Asmild, M., et Simak, P. C. (2004). Using DEA and worst practice DEA in credit risk evaluation. *Journal of Productivity Analysis* 21, 153-165.
- [65] Petersen, M., Rajan, R. (1994). The benefits of lending relationships : Evidence from small-business data. *Journal of Finance* 49, 3-37.

- [66] Quintana, D., Saez, Y., Mochon, A., et Isasi, P. (2008). Early bankruptcy prediction using ENPC. *Applied Intelligence* 29, 157-161.
- [67] Reichert, A. K., Cho, C. C., et Wagner, G. M. (1983). An examination of the conceptual issues involved in developing credit scoring models. *Journal of Business and Economic Statistics* 1, 101-114.
- [68] Roszbach, K. (2004). Bank lending policy, credit scoring and the survival of loans. *Review of Economics and Statistics* 86, 946-958.
- [69] Rousseeuw, P. J., et Leroy, A. M. (1987). Robust regression and outlier detection. John Wiley, New York.
- [70] Rousseeuw, P. J., et Van Zomeren, B. C. (1990). Unmasking multivariate outliers and leverage points. *Journal of the American Statistical Association* 85, 633-639.
- [71] Saunders, A. (1997). Financial institutions management : A modern perspective, 2ème édition. Chapitre 10, Irwin.
- [72] Saurina, J. et Trucharte, C. (2004). The impact of basel II on lending to small and medium sized firms : a regulatory policy assessment based on spanish credit register data. *Journal of Finance Research* 26, 121-144.
- [73] Sawadogo, D. (2007). Déterminants et impact de l'épargne des petites et moyennes entreprises sur la probabilité de défaut : Évidence canadienne. Mémoire de maîtrise, HEC Montréal.
- [74] Thomas, L. C. (2000). A survey of credit and behavioural scoring : forecasting financial risk of lending to consumers. *International Journal of Forecasting* 16, 149-172.
- [75] Vernimmer, P., Quiry, P., et Le Fur, Y. (2009). Finance d'entreprise 2009. Dalloz Gestion.

- 
- [76] Vranas, A. S. (1992). The significance of financial characteristics in predicting business failure : An analysis in the Greek context. *Foundations of Computing and Decision Sciences* 17, 257-275.
- [77] White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroscedasticity. *Econometrica* 48, 817–838.

# Annexe 1

## Graphiques de dispersion

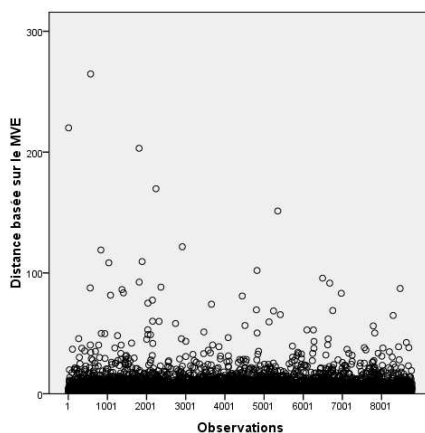


FIGURE 12 – Graphique de dispersion des distances basées sur le MVE

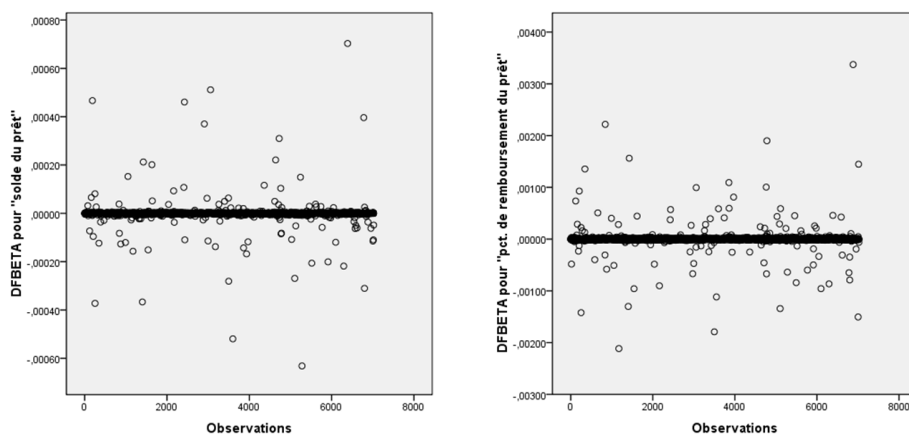


FIGURE 13 – Graphiques de dispersion des résidus Dfbêtas

## Annexe 2

### Matrice de corrélation

	Cote de risque de crédit	Défaut antérieur	Solde du prêt	Pourcentage de remboursement du prêt	Montant autorisé en marge de crédit	Solde de la marge de crédit	Solde moyen du compte épargne	Montant des dividendes	Ratio BAI / Ventes
Cote de risque de crédit	1								
Défaut antérieur	0,09061 <,0001	1							
Solde du prêt	0,00775 0,5161	0,02675 0,025	1						
Pourcentage de remboursement du prêt	-0,03847 0,0013	-0,00902 0,4498	-0,3235 <,0001	1					
Montant autorisé en marge de crédit	-0,10569 <,0001	-0,00422 0,7235	0,12224 <,0001	0,07777 <,0001	1				
Solde de la marge de crédit	0,0494 <,0001	0,02093 0,0794	0,01737 0,1454	0,04445 0,0002	0,70883 <,0001	1			
Solde moyen du compte épargne	-0,21744 <,0001	-0,0194 0,1041	0,11038 <,0001	0,03012 0,0116	0,2122 <,0001	-0,08869 <,0001	1		
Montant des dividendes	-0,09906 <,0001	0,01444 0,2263	0,02787 0,0195	0,02258 0,0584	0,1117 <,0001	-0,01438 0,2282	0,2391 <,0001	1	
Ratio BAI / Ventes	-0,03979 0,0009	0,00749 0,5305	0,03381 0,0046	0,00837 0,483	-0,02965 0,013	-0,03945 0,0009	0,02975 0,0127	0,14908 <,0001	1

TABLE 14 – Matrice de corrélation entre les variables du modèle de pointage de crédit

## Annexe 3

### Régressions par *FGLS*

Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Pr >  t
Constante	190,72708	1,9862	96,03	<,0001
Montant autorisé en marge de crédit	9,56854	0,04842	197,61	<,0001
Solde de la marge de crédit	-9,58068	0,08253	-116,09	<,0001
Solde moyen du compte épargne	22,06383	0,08927	247,17	<,0001
Montant des bénéfices nets	0,45182	0,01436	31,47	<,0001
Montant des comptes à recevoir	0,08987	0,01928	4,66	<,0001
$R^2$ ajusté	0,9565			
Statistique F (Pr > F)	<,0001			
Nombre d'observations	7 022			

TABLE 15 – Régression par MCO sur les déterminants de la CRM après correction pour l'hétéroscédasticité

Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Pr >  t
Constante	194,11098	1,9748	98,29	<,0001
Probabilité estimée	31,8665	29,64822	1,07	<,0001
Montant autorisé en marge de crédit	9,55814	0,04943	193,38	<,0001
Solde de la marge de crédit	-9,69169	0,08739	-110,9	<,0001
Solde moyen du compte épargne	21,93556	0,08889	246,77	<,0001
Montant des bénéfices nets	0,5233	0,02102	24,89	<,0001
Montant des comptes à recevoir	0,10781	0,01933	5,58	<,0001
$R^2$ ajusté	0,9547			
Statistique F (Pr > F)	<,0001			
Nombre d'observations	7 022			

TABLE 16 – Régression par MCO sur les déterminants de la CRM après correction pour l'hétéroscédasticité (avec probabilité de défaut)